

# Un modelo de reproducción con un centro de asignación de plusvalía

---

---

*Salvador Ferrer Ramírez\**

## *Resumen*

En este trabajo se toman como punto de partida los esquemas de reproducción de Karl Marx. Se analiza la crisis, entendida como un excedente de medios de producción que el sistema no puede absorber. Se muestra que la crisis no puede ser eliminada por los agentes, ya que ellos, guiados por el diferencial de las tasas de ganancia, no sólo no la resuelven sino que la profundizan. Para que el sistema se reproduzca algunos periodos más, se necesita la actuación de lo que hemos llamado un Centro de Asignación de Plusvalía (CAP). Su función –a diferencia del mercado– es la reasignación de una parte de la plusvalía, del sector de mayor al de menor tasa de ganancia. Con esta acción se puede absorber el excedente de medios de producción. En este análisis, la técnica desempeña un papel central en los resultados que se obtienen. Se analiza el caso cuando la composición orgánica del sector que produce medios de producción es mayor que la del sector que produce medios de consumo. En este contexto, la intervención del CAP sirve para que el sistema se reproduzca algunos periodos más; pero de nueva cuenta se llega a la crisis, a menos que el CAP decida un consumo para llegar al crecimiento equilibrado de V. Neumann. La idea que se trata de ilustrar es que una economía guiada por obtención de la máxima acumulación conduce a la crisis, salvo un caso especial: para lograr que el sistema se reactive se necesita la intervención de un agente central.

*Palabras clave:* reproducción, crisis, plusvalía, proporción, consumo.

## *Abstract*

In this work, the reproduction schemes of Karl Marx are taken as a starting point. The crisis is analyzed, understood as a surplus of the production means that the system can not absorb. It is shown that the crisis can't be eliminated by the agents because they, guided by the differential of the profit rate, not only they don't solve it but also make it deeper. For having the system reproduced for some periods, it is necessary the performance of what we have called the Surplus Assignment Center (SAC). Its function

\* Profesor-investigador en el Departamento de Producción Económica, UAM-Xochimilco. Correo electrónico: sferrer@correo.xoc.uam.mx.

–unlike the market– is the reassignment of one part of the surplus, from the majority sector to the one with the less profit rate. With this action, the surplus of the production means can be absorbed. In this analysis, the technique performs a main role in the results which are obtained. It is analyzed the case when the organic composition of the sector that produces means of production is bigger than the one that produces inputs. In this context, the intervention of the SAC is useful so as to have the system reproduced some more periods, but, again, it is reached a crisis unless the SAC decides a consumption to get to the balanced growth of V. Newmann. The idea that we try to give is that a guided economy by the obtaining of maximum accumulation leads to crisis except in a special case: to make that the system gets started again, it needs the intervention of a central agent.

*Key words:* reproduction, crisis, surplus, proportion, consumption.

Artículo recibido el 29-05-09

Artículo aceptado el 17-12-09

**L**os esquemas de Karl Marx son una base importante para el estudio de la reproducción del capital. El modelo que construye este autor es una economía con dos sectores: el primero produce medios de producción y el segundo bienes de consumo. Una hipótesis importante en los ejemplos numéricos de Marx, es que el primer sector toma la iniciativa respecto de las decisiones de inversión y consumo, y el segundo se adapta (hipótesis de asimetría). Un resultado central de los esquemas es que en el segundo periodo se alcanza el equilibrio de la reproducción, esto es, la igualdad de las tasas de acumulación. Esto se debe al hecho de que la proporción de las producciones de los sectores se encuentra en un intervalo donde se garantiza la reproducción.

En los esquemas no se analiza qué pasa cuando la proporción de las producciones se encuentra fuera de ese intervalo, donde se presenta lo que llamamos la crisis estructural, entendida como un excedente de medios de producción que el sistema no puede absorber.

En este trabajo se muestra que la crisis estructural no puede ser eliminada por los agentes, ya que ellos buscan maximizar sus ganancias y su actuación conduce a una profundización de la crisis. Para aumentar la demanda de medios de producción y eliminar la crisis en un periodo, introducimos la actuación de un agente que hemos llamado Centro de Asignación de Plusvalía (CAP). Su función –a diferencia del mercado– es la reasignación de una parte de

la plusvalía, del sector de mayor al de menor tasa de ganancia para garantizar la reproducción algunos periodos más.

Con la actuación del CAP se puede pasar a una situación donde la absorción del excedente de medios de producción dependerá de la decisión de los capitalistas del sector I. Esta situación la llamaremos crisis de decisión. Si la decisión de los capitalistas absorbe el excedente de medios de producción, el sector II se adapta y se alcanza el equilibrio de la reproducción en el segundo periodo, como en el modelo de Marx. En este caso, la actuación del CAP no sólo no es necesaria sino contraproducente, porque pasamos de una situación donde el sistema se reproduce a una donde el sector I tiene un factor de acumulación negativo. En esta situación, el CAP destina una parte de la producción del sector II al consumo improductivo. Al disminuir la producción de este sector, que se destina a la acumulación, la proporción del sistema aumenta. La decisión sobre el consumo improductivo es una atribución del CAP que logra la reproducción del sistema algunos periodos más. Si la actuación del CAP continúa, la situación anterior se repite, de aquí la necesidad de que éste decida el consumo improductivo que conduzca al sistema al crecimiento equilibrado.

En este análisis, la técnica desempeña un papel central en los resultados que se obtienen. Se analiza el caso donde la composición orgánica del sector que produce medios de producción es mayor que la del sector que produce medios de consumo.

Concluimos que la intervención del CAP es necesaria cuando el mecanismo de mercado conduce a la crisis estructural. Cuando se sale de ella, la actuación del CAP no sólo no es necesaria sino contraproducente.

#### DESARROLLO DEL MODELO

Se parte de los esquemas de reproducción de Marx.<sup>1</sup> Se analiza la economía con dos sectores: El primero produce medios de producción y el segundo bienes de consumo que pueden servir para la producción o para el consumo (bienes no específicos). Los intercambios se realizan en términos de valor trabajo y éste no cambia durante el proceso. La tasa de plusvalía es uniforme e igual a uno, la composición orgánica permanece constante y no hay transferencia de plusvalía entre los sectores.

<sup>1</sup> Karl Marx, *El capital*, tomo II, vol. 5, México, Siglo XXI Editores, 1983.

*Ecuaciones del modelo*

Sean  $c_i$ ,  $v_i$ ,  $pl_i$  el valor del capital constante, variable y plusvalía en el sector  $i$ , y  $q_i$  el valor del producto del sector  $i$ . La ecuación para el primer sector es:

$$c_1 + v_1 + pl_1 = q_1$$

Para el segundo sector, tenemos:

$$c_2 + v_2 + pl_2 = q_2$$

Sea

$$\frac{c_1}{q_1} = a_{11} \quad \frac{v_1}{q_1} = a_{21} \quad \frac{c_2}{q_2} = a_{12} \quad \frac{v_2}{q_2} = a_{22} \quad \frac{pl_1}{q_1} = m_1 \quad \frac{pl_2}{q_2} = m_2$$

Con esta información construimos la matriz  $A$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

donde los coeficientes  $a_{1j}$ ,  $a_{2j}$  son la proporción del valor de capital constante y variable que se requiere para producir una unidad de valor del producto del sector  $j$ ;  $j = 1, 2$ .

La composición orgánica de cada sector en términos de los coeficientes de la matriz  $A$  es:

$$\theta_1 = \frac{a_{11}}{a_{21}}; \quad \theta_2 = \frac{a_{12}}{a_{22}}$$

Sea  $q = \frac{q_1}{q_2}$  la proporción de la producción entre los sectores.

En términos de los coeficientes de la matriz  $A$ , la igualdad del primer sector la podemos expresar como:

$$a_{11} q_1 + a_{21} q_1 + m_1 q_1 = q_1$$

y la del segundo sector es:

$$a_{12}q_2 + a_{22}q_2 + m_2q_2 = q_2$$

La tasa de acumulación la definimos como:

$$g_i = s_i r_i \quad i = 1,2$$

donde  $r_i$  es la tasa de ganancia del sector  $i$ , expresada como:

$$r_i = \frac{m_i}{a_{1i} + a_{2i}}$$

$s_i$  es la propensión al ahorro de los capitalistas del sector  $i$  y  $0 \leq s_i \leq 1$   
El factor de acumulación del sector  $i$  lo denotaremos como:

$$G_i = (1 + g_i) \quad i = 1,2$$

#### LA CRISIS ESTRUCTURAL

Seguimos el análisis que hacen C. Benetti, A. Béraud, E. Klimovsky y A. Rebeyrol<sup>2</sup> sobre la crisis. Si mantenemos la hipótesis de Marx, de que no hay transferencia de plusvalía entre los sectores, la crisis estructural la entendemos como la situación donde hay un excedente de medios de producción que el sistema no puede absorber, sea cual sea la decisión de los capitalistas. Esto es, que aun en el caso de que el sector I ofrezca el mínimo de medios de producción y el sector II tenga la demanda máxima, el sistema no puede absorber el excedente de medios de producción. Esta crisis la llamaremos estructural y la representamos con la siguiente desigualdad:

$$q_1 [1 - (1 + r_1) a_{11}] > a_{12} (1 + r_2) q_2$$

La parte izquierda representa la oferta mínima de medios de producción; la derecha, la demanda máxima del segundo sector.

Como  $q = \frac{q_1}{q_2}$ , la desigualdad anterior la podemos expresar como:

<sup>2</sup> C. Benetti, A. Béraud, E. Klimovsky y A. Rebeyrol, "Equilibre et possibilité de crise dans le modèle de reproduction élargie de Marx" (primera versión, 2005) mimeo.

$$q > \frac{a_{12} (1+r_2)}{1 - (1+r_1) a_{11}}$$

Llamaremos

$$q^{M_1} = \frac{a_{12} (1+r_2)}{1 - (1+r_1) a_{11}}$$

Diremos que estamos en una crisis estructural si  $q > q^{M_1}$  y se presenta cuando tenemos un sector de medios de producción con una producción alta ( $q_1$ ) y una producción del sector de bienes de consumo baja ( $q_2$ ). En este caso, sea cual sea la decisión de los capitalistas, no se podrá absorber el excedente de medios de producción.

¿Qué pasa si tenemos un excedente de bienes de consumo? Esto significa un sector II con una producción alta y el sector I con una producción baja. Esta crisis se puede evitar dentro del sistema, dado que el sector II puede destinar parte de su producción al consumo improductivo y ajustar su producción al nivel de la oferta de medios de producción. Esto se puede realizar porque los bienes de consumo no son específicos, esto es, pueden servir para el consumo o para la producción.

#### CRISIS DE DECISIÓN

Por otra parte, tenemos una situación donde  $q < q^{M_1}$ . En este caso la absorción de los medios de producción depende de la decisión de los capitalistas del sector I. Esto es, los capitalistas de este sector tendrán que decidir un factor de acumulación  $G_1$ , tal que el excedente de medios de producción, los capitalistas del sector II lo pueden absorber. Por otra parte, tenemos que garantizar que la demanda máxima de medios de producción del sector II se puede satisfacer con el excedente máximo de medios de producción del sector I; esto es:

$$(1 + r_2) a_{12} \leq q (1 - a_{11})$$

Y el excedente mínimo del sector I, se pueda absorber por el crecimiento máximo del sector II; esto es:

$$q[1 - (1 + r_1) a_{11}] \leq (1 + r_2) a_{12}$$

Resumiendo, podemos decir que nos encontramos en una crisis de decisión, cuando la producción del sector I puede satisfacer la demanda máxima de medios de producción del sector II y el excedente mínimo de medios de producción lo puede absorber el sector II.

Si relacionamos ambas condiciones, tenemos:

$$\frac{(1+r_2) a_{12}}{(1-a_{11})} < q < \frac{(1+r_2) a_{12}}{(1-(1+r_1) a_{11})}$$

Sean

$$q^{M_2} = \frac{(1+r_2) a_{12}}{(1-a_{11})}$$

$$q^{M_1} = \frac{(1+r_2) a_{12}}{(1-(1+r_1) a_{11})}$$

Cuando

$$q^{M_2} < q < q^{M_1}$$

Diremos que estamos en una crisis de decisión.

Veamos cual es el factor de acumulación  $G_1$  que tienen que decidir los capitalistas del sector I para que los capitalistas del sector II puedan absorber el excedente de medios de producción. Esto es,  $G_1$  debe ser tal que cumpla la siguiente condición.

$$q_1 (1 - G_1 a_{11}) \leq q_2 a_{12} (1 + r_2)$$

La parte izquierda es la cantidad de medios de producción que ofrece el sector I y la parte derecha es la demanda máxima de medios de producción del sector II. Como  $\frac{q_1}{q_1}$ , tenemos:

$$q(1 - G_1 a_{11}) \leq a_{12} (1 + r_2)$$

$$q - a_{12} (1 + r_2) \leq q G_1 a_{11}$$

$$\frac{q - a_{12} (1 + r_2)}{q a_{11}} \leq G_1 \iff$$

$$q a_{11} G_1 \geq q - a_{12} (1 + r_2)$$

Tenemos la siguiente condición para el factor de acumulación del sector I

$$G_1 \geq \frac{q - a_{12}(1 + r_2)}{qa_{11}}$$

Si  $G_1$  cumple la condición anterior, el sector II se adapta y se alcanza el equilibrio de la reproducción en el segundo periodo como en el modelo de Marx.

Si la condición anterior no se cumple, los capitalistas del sector I tendrán que reducir su consumo y aumentar su inversión en su propio sector para disminuir el excedente de medios de producción y que el sector II lo pueda absorber. Otra posibilidad es la intervención del Centro que transfiera plusvalía del sector I al sector II. Con esta acción se incrementa la demanda de medios de producción y el sector II se adapta.

#### ¿EL MERCADO RESUELVE LA CRISIS?

Ahora, la pregunta que nos hacemos es ¿si  $q > q^M$  el mecanismo de mercado puede resolver la crisis? Esto es, ¿se puede evitar la crisis si permitimos que los capitalistas inviertan en cualquiera de los dos sectores guiados por el diferencial de las tasas de ganancia? Al permitir la movilidad de la plusvalía en un sector diferente en donde se generó, se construye un modelo diferente al de Marx.

Veamos. En el caso de que  $r_2 > r_1$ ; los agentes invertirían en el sector II, como la tasa de plusvalía es uniforme y constante, esto implica que el sector II tiene menor composición orgánica que el sector I, ( $\theta_2 < \theta_1$ ) lo cual significa que es el sector que relativamente demanda menor cantidad de medios de producción. Mediante este comportamiento los capitalistas no sólo no resuelven la crisis sino que la agudizan, porque los capitalistas de ambos sectores invierten en el sector que demanda relativamente menor cantidad de medios de producción. Por lo tanto, el mecanismo de mercado no resuelve la crisis porque el sistema no puede incrementar la demanda global de medios de producción de modo que le permitiría absorber el excedente. El razonamiento anterior se mantiene si  $r_2 < r_1$ , en este caso, el sector II tiene mayor composición orgánica y por lo tanto es el sector que demanda mayor cantidad de medios de producción, pero los capitalistas invierten el sector I, porque es el sector que tiene mayor tasa de ganancia. En resumen, en cualquiera de los dos casos el mecanismo de mercado no resuelve la crisis estructural.

## FUNCIONES DEL CENTRO DE ASIGNACIÓN DE PLUSVALÍA

Necesitamos un mecanismo diferente al del mercado para evitar la crisis. De aquí la necesidad de que intervenga un agente que llamaremos Centro de Asignación de Plusvalía (CAP), cuya actuación sea diferente del mecanismo de mercado. Esto es, que realice la transferencia de la plusvalía hacia el sector que demanda mayor cantidad de medios de producción, aunque tenga la tasa de ganancia menor. Como se trata de absorber el excedente de medios de producción que el sistema no puede absorber, el problema que nos planteamos es ¿dada  $q > q^M$ , cuáles son los factores de acumulación que pueden absorber el excedente de medios de producción? Para ello necesitamos suponer que la producción de cada uno de los sectores se acumule totalmente, en consecuencia el consumo improductivo es nulo. Esto lo planteamos en términos del siguiente sistema de ecuaciones donde las incógnitas son  $g_1, g_2$ .

$$q_1 = a_{11} q_1 (1 + g_1) + a_{12} q_2 (1 + g_2)$$

$$q_2 = a_{21} q_1 (1 + g_1) + a_{22} q_2 (1 + g_2)$$

Si hacemos las sustituciones siguientes:

$$q = \frac{q_1}{q_2}, \quad (1 + g_i) = G_i \quad ; \quad i = 1, 2$$

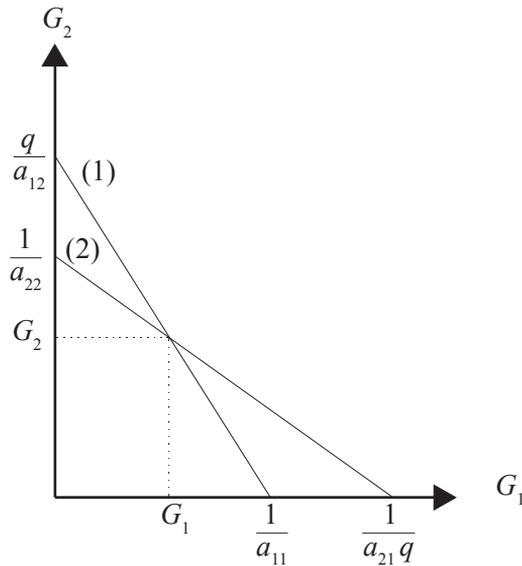
El sistema de ecuaciones que obtenemos es:

$$q = a_{11} q G_1 + a_{12} G_2 \quad (1)$$

$$1 = a_{21} q G_1 + a_{22} G_2 \quad (2)$$

donde cada una de las ecuaciones es una recta que representa los diferentes factores de acumulación ( $G_1, G_2$ ) que garantizan que la producción de cada uno de los sectores se acumula. La solución del sistema anterior, geoméricamente representada por la intersección de las rectas, es un punto que indica los factores ( $G_1$  y  $G_2$ ) que garantizan que la producción de cada uno de los sectores se acumulan.

GRÁFICA 1



Tanto las rectas, como la solución del sistema, dependen del valor de  $q$ . Si resolvemos el sistema (1)-(2) obtenemos la solución del sistema:

$$G_1 = \frac{qa_{22} - a_{12}}{q|A|} \quad (3)$$

$$G_2 = \frac{a_{11} - qa_{21}}{|A|} \quad (4)$$

donde  $|A|$  significa el determinante de la matriz  $A$ . De (3) podemos deducir que

$$G_1 > 0 \quad \Longleftrightarrow \quad q > \frac{a_{12}}{a_{22}} = \theta_2$$

Y de (4) deducimos que

$$G_2 > 0 \quad \Longleftrightarrow \quad q < \frac{a_{11}}{a_{21}} = \theta_1$$

Si juntamos las dos condiciones tenemos que:

$$G_1 > 0 \text{ y } G_2 > 0 \iff \theta_2 < q < \theta_1$$

Cuando  $q$  se encuentre en el intervalo anterior es cuando el Centro puede intervenir para lograr que el sistema se reproduzca.

Si  $r_2 > r_1$ , entonces  $\theta_2 < \theta_1$ , significa que para absorber el excedente de medios de producción, el Centro tendrá que transferir plusvalía del segundo sector hacia el primero, mismo que demanda relativamente mayor cantidad de medios de producción. Esto lo podemos representar de la siguiente forma.

Si  $q > q^{M1}$ , los factores máximos de acumulación son:

$$R_1 = (1 + r_1)$$

$$R_2 = (1 + r_2)$$

La transferencia que realiza el Centro del segundo sector al primero se muestra con el hecho de que:

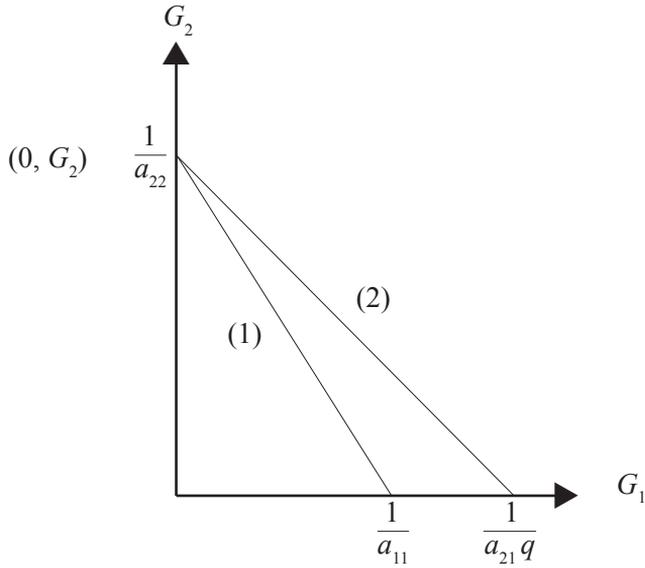
$$G_1 > R_1$$

$$G_2 < R_2$$

Esto significa que para poder absorber el excedente de medios de producción, necesitamos la transferencia de plusvalía del sector de mayor tasa hacia el de menor.

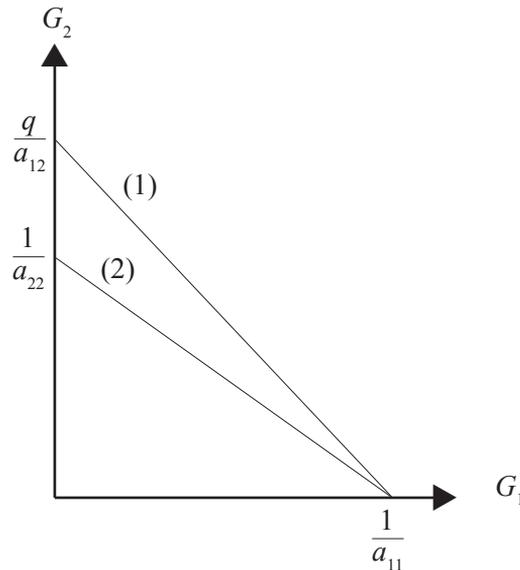
Ahora la pregunta que nos hacemos es ¿qué pasa si  $q$  es pequeña? Veamos. Si  $q$  es pequeña implicaría un sector II con una producción alta y un sector I con una producción baja, lo cual significaría que el sector II demandaría la mayor parte de los medios de producción y el sector I se quedaría con una cantidad pequeña de medios de producción y su factor de acumulación podría ser menor o igual que cero. En la Gráfica 2, se muestra el caso extremo cuando  $q = \theta_2$  y la intersección de las rectas es el punto  $(0, \frac{1}{a_{22}})$  donde el factor  $G_1 = 0$ .

GRÁFICA 2



Si  $q$  es muy grande, tendremos un sector I con una producción alta y un sector II con una producción baja. Esto significa que el sector I demandará la mayor cantidad de medios de producción y el sector II se podría quedar sin medios de producción. Si  $q$  es muy grande el sector II podría tener un factor de acumulación negativo. En la Gráfica 3 se muestra el caso extremo cuando  $q = \theta_1$ , y  $(G_1, 0) = \left(\frac{1}{a_{11}}, 0\right)$

GRÁFICA 3



En resumen, si estamos en crisis estructural, el Centro puede resignar la plusvalía en un periodo y el sistema puede absorber el excedente de medios de producción siempre y cuando  $q$  cumpla con:

$$\theta_2 < q^M < q < \theta_1$$

El papel del Centro es la reasignación de la plusvalía hacia el sector que demanda mayor cantidad de medios de producción para generar una mayor demanda agregada y se pueda absorber el exceso de medios de producción. Si  $r_2 > r_1$ , entonces  $\theta_2 < \theta_1$ . El sector I tiene mayor composición orgánica, entonces el Centro va asignar la plusvalía al sector I para generar la máxima demanda de medios de producción.

Ahora, si eliminamos  $q$  de (1) y (2) y despejamos  $G_2$ , obtenemos la siguiente expresión:

$$G_2 = \frac{1 - G_1 a_{11}}{a_{22} - G_1 |A|} \quad (5)$$

Donde  $|A|$  es el determinante de la matriz  $A$ .

La gráfica de la expresión (5) es una hipérbola cuyos puntos representan las tasas que garantizan que toda la producción se acumula para cada  $q$ . Si obtenemos la segunda derivada de (5), tenemos la siguiente expresión.

$$G_2'' = \frac{-2a_{12}a_{21}|A|}{(a_{22} - G_1|A|)^3} \quad (6)$$

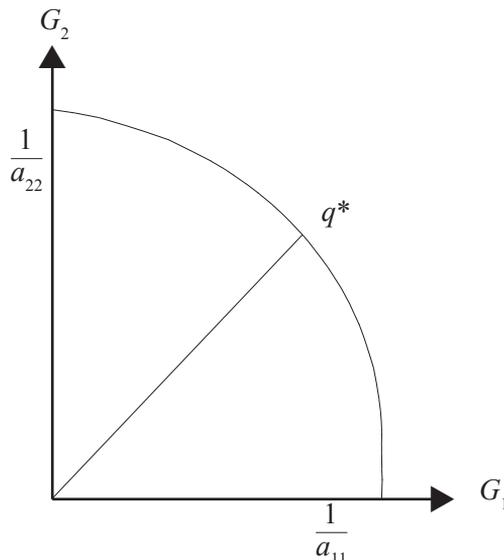
La concavidad de la hipérbola depende del signo del determinante de la matriz.

Si  $|A| > 0$  implica que (5) representa una hipérbola cóncava; en caso contrario, será convexa. El signo del determinante está determinado por la relación que hay entre las composiciones orgánicas de los sectores. Aquí hacemos el análisis cuando el determinante de la matriz es positivo, en términos de las composiciones orgánicas, la del primer sector es mayor que la del segundo.

$$|A| > 0 \iff a_{11}a_{12} - a_{12}a_{21} > 0 \iff a_{11}a_{22} > a_{12}a_{21} \iff \frac{a_{11}}{a_{21}} > \frac{a_{12}}{a_{22}}$$

En este caso, el sector I demanda mayor cantidad de medios de producción. En una situación de crisis, la actuación del Centro es reasignar plusvalía del sector II al I.

GRÁFICA 4



La recta que aparece en la Gráfica 4, representa la recta a  $45^\circ$  y el punto donde toca a la hipérbola es la proporción del crecimiento equilibrado  $q^*$ , cuyas tasas de acumulación son iguales ( $G_1^* = G_2^*$ )<sup>3</sup>

Por otra parte tenemos que:

$$q^{t+1} = q^t \left( \frac{G_1^t}{G_2^t} \right) \quad (7)$$

Cuando  $G_1^t = G_2^t$ , tenemos que  $q^{t+1} = q^t = q^*$ , tendríamos crecimiento equilibrado para todo  $t$ .

Para  $q^{M_1} < q^* < q^t$ , tenemos que  $G_1^t > G_2^t$ , entonces  $q^{t+1} > q^t$ . Al repetirse este proceso, se llega a un periodo donde la proporción  $q$  es mayor que la composición orgánica del sector I. En este momento, el Centro ya no puede hacer nada para evitar la crisis, porque tendríamos un factor de acumulación negativo del sector II.

Para  $q^{M_1} < q^t < q^*$ , tenemos  $G_1^t < G_2^t$ , entonces  $q^{t+1} < q^t$ , en consecuencia, la proporción  $q$  disminuye y llega un momento en que  $\theta_2 < q^t < q^{M_1}$ . En este momento, ya no tendríamos crisis estructural, tendríamos una crisis de decisión. Esto significa que el factor de acumulación  $G_1$  decidido por los capitalistas del sector I, puede garantizar que el excedente de medios de producción se absorba por el sector II. En este caso, estaríamos de nueva cuenta en el modelo de Marx y la crisis se puede resolver por la actuación de los agentes. Si el Centro sigue actuando,  $q$  disminuye y llega un momento donde  $q < \theta_2$ . En este momento tendríamos un excedente de bienes de consumo. Como los bienes de consumo no son específicos, el Centro interviene de otra forma. Destina una parte de ellos al consumo improductivo. Al realizar esta operación, sacar una parte de los bienes de consumo de la producción, la proporción  $q$  aumenta y podemos regresar al intervalo  $\theta_2 < q^{M_1} < q < \theta_1$ . Si este proceso se repite el Centro actúa y  $q$  vuelve a salir del intervalo y el Centro destina una parte de los bienes al consumo improductivo. Esta operación la tendría que estar repitiendo cada vez que  $q$  salga del intervalo. Aquí aparece una nueva función del Centro que es la distribución de la plusvalía entre la inversión y el consumo.

Para representar esta idea de forma analítica, en la ecuación (2) incluimos el consumo improductivo y agregamos la ecuación en la cual se obtiene  $q^{t+1}$  a partir de  $q^t$ .

<sup>3</sup> Carlo Benetti, "La teoría de la demanda efectiva en Torrens", en *Análisis económico*, UAM-Azcapotzalco, México, 1985.

$$q^t = a_{11} q^t G_1^t + a_{12} G_2^t \quad (1)$$

$$1 = a_{21} q^t G_1^t + a_{22} G_2^t + c \quad (2.1)$$

$$q^{t+1} = q^t \begin{pmatrix} G_1^t \\ G_2^t \end{pmatrix} \quad (7)$$

Tendríamos un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:  $c$ ,  $G_1^t$ ,  $G_2^t$ . El problema que resuelve el sistema (1), (2.1), (7) es el siguiente. Si tenemos  $q^t < \theta_2$ , entonces la pregunta es ¿cuál es el consumo ( $c$ ) y los factores de acumulación  $G_1^t$ ,  $G_2^t$  que permiten pasar a  $q^{t+1}$  tal que  $q^{t+1} > \theta_2$ ?

La respuesta la proporciona la solución del sistema (1), (2.1), (7). Si partimos de  $q^t < \theta_2$ , el Centro destina una parte de la producción del sector II al consumo improductivo. Con esta acción, la producción del sector II destinada a la acumulación disminuye. En consecuencia  $q$  crece y  $q^{t+1}$  pertenece al intervalo donde el sistema se puede reproducir.

Para evitar que el Centro actúe cada vez que  $q$  salga del intervalo, podemos encontrar el consumo improductivo  $c^*$  tal que se alcance el crecimiento equilibrado.

El problema que se presenta con la actuación del Centro en este caso es que crea excedente de medios de consumo y después los absorbe mediante el consumo improductivo. Posteriormente tendría que decidir el consumo adecuado para llegar al crecimiento equilibrado. Por esta razón podemos concluir que la existencia del Centro tiene sentido cuando el sistema se encuentra en una crisis estructural, fuera de esta situación el Centro no tiene razón de ser.

Vamos a ilustrar la idea anterior con el ejemplo de Marx.

$$\begin{array}{l} \text{sector I} \quad 4000c+1000v+1000m = 6000 \\ \text{sector II} \quad 1500c+750 v +750m = 3000: \end{array}$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.6666 & 0.5 \\ 0.1666 & 0.25 \end{pmatrix}$$

$$|A| = 0.08335$$

Su vector propio y valor propio son:

$$\bar{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.95907 \\ 0.28318 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 0.81423$$

La proporción de equilibrio  $q^* = \frac{0.95907}{0.28318} = 3.3868$

y la tasa de acumulación uniforme  $G_1 = G_2 = G^* = 1.2282$

Tenemos las composiciones orgánicas:

$$\theta_1 = \frac{a_{12}}{a_{22}} = 2 \quad ; \quad \theta_2 = \frac{a_{11}}{a_{21}} = 4 \quad ;$$

Las tasas de ganancia:

$$r_1 = 0.2$$

$$r_2 = 0.3333$$

$$R_1 = (1 + r_1) = 1.2$$

$$R_2 = (1 + r_2) = 1.3333$$

$$q^{M_1} = \frac{a_{12} R_2}{1 - R_1 a_{11}} = \frac{(0.5)(1.3333)}{1 - (1.2)(0.6666)} = 3.3319$$

$$q^{M_2} = \frac{a_{12} R_2}{1 - a_{11}} = \frac{(0.5)(1.3333)}{1 - (0.6666)} = 1.9996$$

### *Crisis estructural*

Si  $q > 3.35$  estamos en crisis estructural

$$q^* = 3.3868$$

$$q^{M_1} < q_t < q^*$$

Si tomamos  $q_t = 3.35$  de (3) y (4) obtenemos:

$$G_1 = 1.2087$$

$$G_2 = 1.3016$$

Se puede ver la transferencia de plusvalía del sector II hacia el sector I, por parte del Centro, ya que

$$G_1 > R_1 \quad \text{y} \quad G_2 < R_2$$

$$\text{Como} \quad q_{t+1} = q_t \frac{G_1(t)}{G_2(t)}$$

$$\text{Ahora tenemos:} \quad q_{t+1} = (3.35) \left( \frac{1.2087}{1.3016} \right) = 3.1109$$

### *Crisis de decisión*

Sea  $q_{t+1} = 3.1109$  tal que  $\theta_2 < q^{M_2} < q_{t+1} < q^{M_1} < q^* < \theta_1$

De (3) y (4), tenemos:

$$G_1 = \frac{(3.1109)(0.25) - 0.5}{(3.1109)(0.08335)} = 1.0711$$

$$G_2 = \frac{(0.6666) - (3.1109)(0.1666)}{(0.08335)} = 1.7795$$

$$q_{t+2} = 1.8725$$

Si el Centro actúa, llegamos a una situación donde el factor de acumulación  $G_1$  es negativo. La actuación del Centro es contraproducente. En esta situación el Centro tendría que retirarse. La absorción del excedente de medios de producción depende de la decisión de los capitalistas del sector I. Veamos.

$$G_1(q) = \frac{q - a_{12} R_2}{q a_{11}} = \frac{(3.1109) - (0.5)(1.3333)}{(3.1109)(0.6666)} = 1.1787$$

Si el factor de acumulación del sector I cumple con  $G_1 \geq 1.1787$  el sector II se adapta y estaríamos en el modelo de Marx, y en el segundo periodo se alcanza el equilibrio de la reproducción.

Veamos que pasa cuando  $G_1 < 1.1787$ . Sea  $G_1 = 1.1$ , entonces tendríamos un excedente de medios de producción que el sector II no puede absorber.

Como

$$G_1 = (1 + g_1)$$

$$g_1 = s_1 r_1 \quad \text{y} \quad r_1 = 0.2$$

Entonces, queremos encontrar la propensión al ahorro  $s_1$  tal que

$$s_1 (0.2) = 0.1787$$

$$s_1 = 0.8935$$

En consecuencia, para lograr que los capitalistas del sector II se adapten, los capitalistas del sector I tienen que aumentar la inversión en su propio sector y disminuir su consumo.

Otra posibilidad para absorber los medios de producción que el sector I destina al sector II es reducir la proporción  $q$  a través de transferencia de plusvalía del sector I al sector II. Veamos: dado  $G_1 = 1.1$  queremos encontrar  $G_2$  tal que pasemos de 3.1109 a 2.4

$$2.4 = (3.1109) \left( \frac{1.1}{G_2} \right)$$

Tenemos que

$$G_2 = 1.4258$$

### *Consumo improductivo*

Para que  $q$  se ubique en el intervalo donde el sistema se puede reproducir, hay que destinar una parte de la producción del segundo sector al consumo improductivo. Con esta acción aumenta la proporción  $q$ . Esta es una atribución más que tiene el Centro de Asignación de Plusvalía.

$$q^t = a_{11}q^t G_1^t + a_{12}G_2^t \quad (1)$$

$$1 = a_{21}q^t G_1^t + a_{22}G_2^t + c \quad (2.1)$$

$$q^{t+1} = q^t \left( \frac{G_1^t}{G_2^t} \right) \quad (3)$$

Este es un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $c$ .

Veamos algunos casos donde utilizamos el sistema (1), (2), (3.1).

$$\text{Sea } q_t = 0.96251 \quad q_{t+1} = 3.2$$

$$0.96251 = (0.6666) (0.96251) G_1 + (0.5) G_2 \quad (1)$$

$$1 = (0.1666) (0.96251) G_1 + (0.25) G_2 + c \quad (2.1)$$

$$3.2 = (0.96251) \left( \frac{G_1}{G_2} \right) \quad (3)$$

La solución es [ $c = 0.31432$ ;  $G_1 = 0.88079$ ;  $G_2 = 0.79478$ ]

Con la intervención del Centro podemos regresar al intervalo donde el sistema se puede reproducir, pero cada que  $q$  salga del intervalo, el Centro tendría que estar decidiendo el consumo improductivo que se requiere para regresar al intervalo donde el sistema se puede reproducir. Por esta razón se hace necesario definir el consumo improductivo que conduzca al crecimiento equilibrado.

$$\text{Sea } q_t = 0.96251 \quad q_{t+1} = 3.3868$$

$$0.96251 = (0.6666) (0.96251) G_1 + (0.5) G_2 \quad (1)$$

$$1 = (0.1666) (0.96251) G_2 + (0.25) G_2 + c \quad (2.1)$$

$$3.3868 = (0.96251) \left( \frac{G_1}{G_2} \right) \quad (3)$$

La solución es: [ $c = 0.31589$ ;  $G_1 = 0.90131$ ;  $G_2 = 0.76844$ ]

## CONCLUSIÓN

Si nos encontramos en lo que hemos llamado crisis estructural, la actuación de los capitalistas no sólo no resuelve la crisis, sino que la agudiza. Con esto se muestra que el mecanismo de mercado no resuelve la crisis. De aquí la necesidad de lo que hemos llamado Centro. Una de sus funciones es la reasignación de plusvalía del sector de mayor tasa al de menor tasa de ganancia para poder absorber el excedente de medios de producción. Lo que se desprende, en términos de política económica, es que en una situación de crisis estructural el mercado no puede resolverla y se necesita la intervención de un agente central.<sup>4</sup>

En el caso de crisis de decisión, cuando los capitalistas del sector I no tomen las decisiones adecuadas, pueden corregir, reduciendo su consumo e incrementando la inversión en su propio sector. En este caso, los capitalistas pueden lograr que el sistema se reproduzca; por consiguiente, la actuación del Centro no es necesaria. Podemos deducir que el Centro actúa solamente cuando el mecanismo de mercado no funciona. En el momento en que el mercado funciona, la actuación del Centro no sólo es innecesaria, sino que resulta contraproducente. Su actuación conduce a la desaparición del primer sector.

La decisión del Centro sobre el consumo improductivo sirve para retornar al intervalo donde el sistema puede reproducirse, sólo durante algunos periodos, a menos que el Centro decida el consumo que le permita retomar la senda del crecimiento equilibrado.

<sup>4</sup> Robert Torrens, *An Essay of the Production of Wealth*, Nueva York , A.M. Kelley, 1956.