

Medias generalizadas en la medición de la pobreza y la desigualdad: fundamentos normativos y aplicación en México

Generalized Means in the Measurement of Poverty and Inequality: Normative Foundations and Application in Mexico

Alberto Carreto Nieto | ORCID 0009-0001-4834-3868
Maestro en Gobiernos y Asuntos Políticos, FLACSO-México
Doctor en Economía, UNAM

Palabras clave: medias generalizadas, pobreza, desigualdad del ingreso, función de bienestar social, encuesta de hogares.

Keywords: generalized means, poverty, income inequality, social welfare function, household survey.

Artículo recibido: 15/12/2025
Apertura del proceso: 28/1/2026
Aprobado: 23/3/2026

Resumen: Este estudio explora la contribución de las medias generalizadas (MG) —por su flexibilidad normativa y capacidad para expresar el bienestar en unidades monetarias— al examen de la pobreza y la desigualdad. Tras revisar sus fundamentos teóricos y propiedades axiomáticas, distinguiendo escenarios con y sin transferencias de programas so-

ciales, se desarrolla un ejercicio empírico con datos de la ENIGH de 2024 para el ingreso corriente total per cápita. Las MG se estiman para diferentes valores del parámetro **alfa** con correcciones mediante winsorización y suavizamiento de Pareto. Los resultados muestran que las transferencias mejoran el ingreso de la población general en aproximadamente 4.0 % (media aritmética); de esta forma, benefician principalmente a los grupos de menores recursos, aunque no modifican de manera sustancial las asimetrías severas en la estructura distributiva. Se confirma que las MG constituyen un método riguroso y accesible para evaluar cambios distributivos y fundamentar políticas orientadas hacia la equidad.

Abstract: This study explores the contribution of generalized means (GMS) to the analysis of poverty and inequality, given their normative flexibility and their ability to express welfare in monetary units. After reviewing their theoretical foundations and axiomatic properties, an empirical exercise is developed using data from the 2024 ENIGH survey on total current per capita income, distinguishing between scenarios with and without transfers from social programs. The GMS are estimated for different values of the α parameter, using corrections based on winsorization and Pareto smoothing. The results show that transfers increase the income of the general population by approximately 4.0 % (arithmetic mean), primarily benefiting lower-income groups, although without substantially modifying the severe asymmetries in the distributive structure. It is confirmed that GMS constitute a rigorous and accessible method for evaluating distributive changes and supporting the design of policies aimed at equity.

Introducción

El propósito de este trabajo es examinar la contribución potencial de las medias generalizadas (MG) en el análisis distributivo, especialmente en el estudio de la pobreza y la distribución del ingreso, a través de la exposición de sus fundamentos matemáticos, capacidades analíticas, aplicaciones empíricas y principales limitaciones. A fin de ilustrar el planteamiento, se desarrolla un ejercicio para el ingreso corriente total per cápita de los hogares mexicanos, con y sin transferencias gubernamentales, mediante información de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH) de 2024.

Las MG constituyen un marco flexible para analizar cómo se reparte el ingreso con distinta sensibilidad distributiva. Su parámetro α enfatiza —según su valor— la situación de los estratos bajos o de aquellos más favorecidos, pues transforma posiciones normativas sobre justicia distributiva en medidas cuantitativas del bienestar. Esta característica convierte a las MG en una herramienta idónea para evaluar políticas públicas orientadas a la reducción de la desigualdad.

Aunque su uso es aún limitado en la investigación aplicada, las MG ofrecen un marco analítico robusto y normativamente fundado, capaz de integrar, comparar y extender diversas medidas tradicionales de pobreza y desigualdad. Su formulación permite incorporar distintos grados de aversión a la desigualdad, lo que las habilita para estudiar tanto el bienestar social como la estructura distributiva bajo diversos supuestos.

Esta versatilidad también favorece su empleo en ámbitos como la construcción de índices compuestos y la medición de la pobreza multidimensional. En la práctica institucional, durante la última década han destacado algunos trabajos de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) que configuran desarrollos empíricos más sistemáticos y amplían el uso de las MG en evaluaciones comparativas internacionales.

En este marco, el trabajo plantea como hipótesis que las MG poseen capacidad explicativa para evaluar la distribución del ingreso en distintos

segmentos de la población, lo que permite identificar cambios distributivos y valorar el efecto de las transferencias públicas sobre el bienestar económico agregado y la desigualdad observada.

El documento se organiza de la siguiente manera. Después de esta introducción, se expone un marco referencial con las principales contribuciones sobre el uso de las MG. Posteriormente, se desarrollan sus fundamentos en el análisis distributivo y su interpretación como funciones de bienestar social. A continuación, se describe la metodología y se reportan los resultados del ejercicio empírico. Finalmente, se muestran las conclusiones.

Marco referencial

El marco analítico de las MG en la disciplina económica se desarrolla sobre una base teórica progresiva. Un punto de partida fundamental es la contribución seminal de Anthony B. Atkinson,¹ quien introduce el concepto de ingreso equivalente equitativamente distribuido (EDE, por sus siglas en inglés).² Este enfoque responde a la pregunta de cuánto ingreso per cápita, asignado por igual a todos los individuos, produce el mismo nivel de bienestar social que la distribución observada. Así, el EDE se convierte en una herramienta para formular juicios distributivos.

El trabajo de Atkinson abre la puerta a desarrollos teóricos más formales. En esta línea, Serge-Christophe Kolm profundiza en los fundamentos axiomáticos al anclar las medidas de desigualdad en principios normativos como el de Dalton-Pigou. Kolm enriquece el marco teórico al explorar cómo dos parámetros (α y ϵ) —y no solamente uno— modulan de manera más fina la sensibilidad distributiva, de manera que combinan el rigor matemático con una mayor flexibilidad para su aplicación empírica.³

El siguiente avance significativo en la consolidación de este marco analítico se da gracias a Foster y Shneyerov,⁴ quienes caracterizan una cla-

1 Anthony B. Atkinson, “On the Measurement of Inequality”, *Journal of Economic Theory*, vol. 2, núm. 3, 1970, pp. 244-263, <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0022053170900396>.

2 Ibidem, p. 250. Se traduce del inglés “equally distributed equivalent level of income” (EDE) como “ingreso equivalente equitativamente distribuido”.

3 Serge-Christophe Kolm, “Unequal Inequalities I”, *Journal of Economic Theory*, vol. 12, núm. 3, 1976, pp. 416-442, <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0022053176900375>.

4 James Foster y Artyom A. Shneyerov, “A General Class of Additively Decomposable Inequality

se general de medidas de desigualdad aditivamente descomponibles en términos construidos mediante MG como ingresos representativos. Este enfoque permite una descomposición coherente de la desigualdad entre subgrupos.

De forma paralela, el enfoque se traslada al terreno empírico con los trabajos de Foster y Székely,⁵ quienes extienden el concepto del EDE hacia una medición que prescinde de las líneas de pobreza y utiliza la media armónica ($\alpha = -1$)⁶ para evaluar el progreso de los sectores más desfavorecidos. Sus resultados muestran que los ingresos de la población más pobre, aunque aumentan, crecen sistemáticamente por debajo del promedio.⁷

Posteriormente, la versatilidad del enfoque se extiende a ámbitos más allá del ingreso. En esta línea, Pillai⁸ examina su aplicación en la medición de la pobreza multidimensional y evidencia que una media de potencia ($\alpha > 1$) ofrece ventajas frente a la media aritmética en la agregación del Índice de Pobreza Humana (IPH), ya que captura con mayor precisión la concentración de las privaciones.

Asimismo, Foster, Calvo y Székely⁹ proponen sustituir la media aritmética utilizada en el Índice de Desarrollo Humano (IDH) por medias de

Measures". *Economic Theory*, vol. 14, núm. 1, 1999, pp. 89-111, https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=176551.

5 James Foster y Miguel Székely, *Is Economic Growth Good for the Poor? Tracking Low Incomes Using General Means*, Washington, D. C., Inter-American Development Bank, 2001, 40 pp., <https://publications.iadb.org/en/economic-growth-good-poor-tracking-low-incomes-using-general-means>.

6 En los diferentes trabajos revisados, se emplean indistintamente los símbolos α o β para representar el parámetro de sensibilidad de una distribución. En este documento se empleará únicamente .

7 Debido a que las encuestas de hogares suelen subestimar el ingreso agregado respecto a las cuentas nacionales, los autores multiplican todos los ingresos individuales por un factor de escala tal que el ingreso per cápita promedio de la encuesta coincida exactamente con el producto interno bruto (PIB) per cápita ajustado por paridad del poder adquisitivo (PPA). Este procedimiento preserva la forma relativa de la distribución, incluida la desigualdad, pero alinea su nivel promedio con las cifras macroeconómicas oficiales.

8 Vijayamohan Pillai N., "CES Function, Generalised Mean and Human Poverty Index: Exploring Some Links", Working Paper, 360, Thiruvananthapuram, Centre for Development Studies, 2004, 36 pp., <https://cds.edu/wp-content/uploads/2021/02/WP360.pdf>.

9 James E. Foster, Luis F. López-Calva y Miguel Székely, "Measuring the Distribution of Human Development: Methodology and an Application to Mexico", Estudios sobre Desarrollo Humano, Documento de Trabajo, 2003-4, México, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD), 2003, 40 pp., https://www.researchgate.net/publication/227620338_Measuring_the_Distribution_of_Human_Development_Methodology_and_an_Application_to_Mexico.

orden $\alpha \leq 1$, con el fin de obtener un indicador sensible no solo al nivel promedio de educación, salud e ingreso, sino también a su distribución entre la población, lo que otorga mayor peso a los grupos en peor situación.

Estas ideas se extienden más adelante al análisis de la pobreza multidimensional. Alkire y Foster,¹⁰ sin utilizar explícitamente las MG, integran un parámetro análogo en su índice para ajustar la sensibilidad a la intensidad de las privaciones, lo cual se acerca a la lógica paramétrica de este enfoque. Asimismo, Bresson, Gallegos y Yalonetzky¹¹ documentan que esta estructura captura trayectorias de pobreza no monótonas, de forma que amplían el alcance del análisis multidimensional.

La sistematización final de este desarrollo teórico-práctico se consolida con Alkire *et al.* (2015), quienes incorporan ponderaciones dentro de un marco axiomático y formalizan la MG ponderada. El resultado indica que la función adopta la forma de elasticidad de sustitución constante (CES), lo que permite modelar de manera continua el grado de sustitución entre dimensiones. En este contexto, los autores utilizan valores de $\alpha < 1$ para variables de logros, mientras priorizan los valores bajos, y $\alpha > 1$ para privaciones, mientras penalizan los valores altos.¹²

La utilidad del enfoque también se confirma en aplicaciones empíricas. Tonmoy¹³ estima elasticidades del crecimiento a nivel estatal en los Estados Unidos, mientras que Hermansen, Ruiz y Causa¹⁴ utilizan curvas de MG para países de la OCDE, con las que comparan ingresos de mercado y disponibles. Estos hallazgos evidencian la capacidad del método para identificar perfiles distributivos con distintos grados de sensibilidad

10 Sabina Alkire y James Foster, “*Counting and Multidimensional Poverty Measurement*”, OPHI Working Paper 7, University of Oxford, 2007, 33 pp., https://ophi.org.uk/sites/default/files/ophi-wp7_vs2.pdf.

11 Jean-Marc Bresson, Carlos Gallegos y Gastón Yalonetzky, “The Dynamics of Non-Monotonic Poverty: Theory and Application to Time Poverty in Mexico”, *IEARIW 33rd General Conference*, 2014, pp. 1-39, <http://old.iariw.org/papers/2014/YalonetzkyPaper.pdf>.

12 Sabina Alkire *et al.*, *Multidimensional Poverty Measurement and Analysis*, Oxford, Oxford University Press, 2015, 356 pp.

13 T. M. Tonmoy Islam, “Estimating the Elasticity of Growth in the US Using the Generalized Means of Income”, *Social Indicators Research: An International and Interdisciplinary Journal for Quality-of-Life Measurement*, vol. 129, núm. 1, 2016, pp. 95-112, <https://doi.org/10.1007/s11205-015-1093-4>.

14 Mikkel Hermansen, Nicolas Ruiz y Orsetta Causa, “The Distribution of the Growth Dividends”, *Economics Department Working Papers*, 1343, París, OCDE, 2016, 61 pp., <https://doi.org/10.1787/7c8c6cc1-en>.

y consolidan su transición desde un marco teórico hacia un instrumento analítico aplicado.

No obstante, pese a los recientes avances teóricos de las MG en el análisis multidimensional y a que la medición oficial de la pobreza en México adopta este enfoque, el análisis por ingresos sigue siendo informativo para evaluar la incidencia potencial de las transferencias monetarias. Por ejemplo, el informe del Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (UNICEF, por sus siglas en inglés) y el Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social (Coneval) sobre pobreza infantil y adolescente señala que la pobreza por ingresos alcanza 54.4 % con transferencias, mientras que la pobreza multidimensional se sitúa en 45.8 %.¹⁵

Esta diferencia sugiere que el componente monetario en la medición de la pobreza desempeña un papel decisivo en su evaluación, particularmente en países como México, lo que refuerza la relevancia del ingreso como dimensión analítica central. Asimismo, al simular la ausencia de transferencias, la pobreza por ingresos se incrementa a 56.6 %, lo cual evidencia que una parte sustantiva de la política social opera a través del ingreso monetario.

En conjunto, estas contribuciones muestran la evolución de las MG desde un desarrollo teórico vinculado a la economía del bienestar hasta su aplicación empírica en el análisis distributivo y la evaluación de políticas públicas. Tales trabajos consolidan esta métrica monetaria como un instrumento normativamente fundado y empíricamente útil para el estudio de la pobreza y la desigualdad.

Fundamentos de las medias generalizadas en el análisis distributivo

Las MG —también conocidas como medias de orden α o medias de Hölder— se definen a partir de un parámetro α que actúa como exponente aplicado a cada ingreso individual o a cualquier atributo distribuido entre personas.¹⁶ Las MG constituyen una familia de funciones que generalizan

15 UNICEF y Coneval, Pobreza infantil y adolescente en México, 2022, México, UNICEF México/ Coneval, 2024, pp. 15, p. 50.

16 Sabina Alkire y Maria Emma Santos, “Poverty and Inequality Measurement”, en Séverine Deneulin and Lila Shahani (eds.), *An Introduction to the Human Development and Capability Approach: Freedom and Agency*, Londres, Earthscan/IDRC, 2009, pp. 121-141, <https://idrc-crddi.ca/en/books/introduction-human-development-and-capability-approach-freedom-and-agency>; Sabina Alkire *et al.*, *op. cit.*

la media aritmética, la geométrica y la armónica, pues se definen como la raíz de orden $1/\alpha$ de la media de las potencias, lo que confiere una amplia flexibilidad analítica en la evaluación de la desigualdad.¹⁷

Este tipo de medias considera el conjunto completo de observaciones de una distribución. En el análisis de la pobreza y la distribución del ingreso, tal enfoque permite incorporar todos los niveles de ingreso y asignarles ponderaciones diferenciadas según el valor de α , lo que implica una mayor sensibilidad hacia los ingresos bajos o hacia los más altos.¹⁸

Se considera que $y = (y_1, \dots, y_n)$ es un vector de ingresos o logros, ordenados de menor a mayor y con valores estrictamente positivos, es decir, $y_i \in \mathbb{R}_{++}$ para toda i . En el contexto de una función de bienestar social, la MG, $W_{MG}(y; \alpha)$, se define para cualquier valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ mediante la siguiente expresión:¹⁹

$$W_{MG}(y; \alpha) = \begin{cases} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^\alpha \right)^{1/\alpha}, & \forall \alpha \neq 0 & (1.1) \\ \prod_{i=1}^n y_i^{1/n}, & \forall \alpha = 0 & (1.2) \end{cases}$$

donde el parámetro $\alpha \in (-\infty, \infty)$ determina la sensibilidad distributiva de la media.

De forma equivalente, puede expresarse como:²⁰

$$W_{MG}(y; \alpha) = \begin{cases} \left(\frac{y_1^\alpha + y_2^\alpha + \dots + y_n^\alpha}{n} \right)^{1/\alpha}, & \text{si } \alpha \neq 0 & (2.1) \\ (y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_n)^{1/n}, & \text{si } \alpha = 0 & (2.2) \end{cases}$$

La versión con ponderadores de esta expresión matemática se expone en el anexo del documento.²¹

¹⁷ Foster y Shneyerov, *op. cit.*, pp. 89-111.

¹⁸ James Foster *et al.*, *Measuring Poverty and Inequality: Theory and Practice*, Washington, D. C., Banco Mundial, 2013, <https://documents1.worldbank.org/curated/en/281001468323965733/pdf/A-unified-approach-to-measuring-poverty-and-inequality-theory-and-practice.pdf>.

¹⁹ Foster y Székely, *op. cit.*, p. 40.

²⁰ Foster *et al.*, *Measuring Poverty ...*, *op. cit.*, p. 63.

²¹ Alkire *et al.*, *Multidimensional Poverty...*, *op. cit.*, p. 38.

El parámetro α de las MG toma valores en el intervalo $(-\infty, \infty$ de manera que se determinan diferentes medidas de tendencia central, como la media aritmética, la geométrica, la armónica, entre otras. Cuando $\alpha = 1$, la ecuación 1.1 se reduce a la media aritmética, ya que los exponentes unitarios preservan los valores originales, y el factor $1/\alpha = 1$ conserva la forma aditiva de la media. En el caso límite, cuando $\alpha \rightarrow 0$, se obtiene la media geométrica (ecuación 1.2), que corresponde a la raíz n -ésima del producto de los elementos del vector y . Además, la media armónica emerge cuando $\alpha = -1$ y es particularmente sensible a los valores más bajos de la distribución.²²

Asimismo, a medida que $\alpha \rightarrow -\infty$ la MG, W_{MG} , converge al valor mínimo de la distribución. Este comportamiento encarna el principio rawlsiano de justicia distributiva, donde el bienestar social se evalúa primordialmente según las condiciones del percentil más vulnerable de la población.²³ En el extremo contrario, cuando $\alpha \rightarrow \infty$ la medida prioriza progresivamente los estratos con mayores dotaciones de ingreso o atributos sociales, lo que refleja una perspectiva utilitarista extrema centrada en los segmentos más privilegiados de la distribución.

La elección del valor del parámetro conlleva implicaciones significativas en términos distributivos, especialmente cuando se utiliza una función de bienestar social para evaluar distintas alternativas de política pública. Este enfoque introduce juicios de valor al asignar mayor peso relativo al bienestar de las personas con menores ingresos frente a quienes se encuentran en posiciones más aventajadas.²⁴

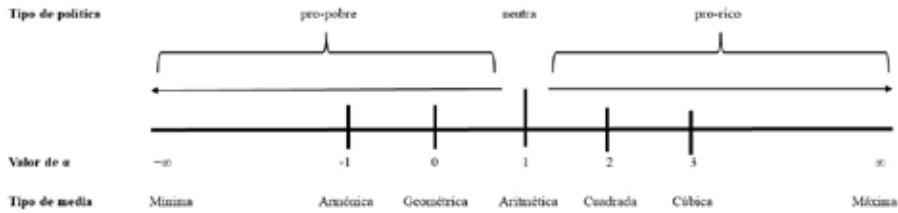
Como se menciona anteriormente, la media aritmética corresponde al caso en que $\alpha = 1$, lo que supone una evaluación neutral desde la perspectiva del bienestar social. En cambio, un valor de $\alpha < 1$ refleja una mayor preocupación por los resultados de las personas con menores ingresos o logros, a quienes se les asigna un peso relativo mayor en la distribución del ingreso. Por el contrario, un $\alpha > 1$ conlleva a una mayor ponderación de los individuos con mayores dotaciones (*vid.* Gráfica 1).

22 Foster *et al.*, *Measuring Poverty ...*, *op. cit.*, p. 63.

23 Hermansen *et al.*, *op. cit.*

24 Atkinson, *op. cit.*; Foster *et al.*, *Measuring Poverty...*, *op. cit.*, p. 63.

Gráfica 1
Sesgo distributivo de las medias generalizadas
según el parámetro α



Fuente: elaboración propia.

Vijayamohanan Pillai desarrolla una formulación análoga a la Gráfica 1 en el marco de su análisis del Índice de Pobreza Humana del Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD). El autor examina el comportamiento de diversas medias, incluidas aritmética, geométrica, armónica y de potencia, como casos particulares dentro del dominio de la función CES. En su planteamiento, la media de potencia de orden $\alpha > 1$ se propone como alternativa al promedio aritmético para procesos de agregación multidimensional, al ofrecer una representación más sensible a la distribución de privaciones.²⁵

La Gráfica 2 muestra el valor de la media entre dos términos: 1 y χ , calculado a partir de diferentes valores del parámetro α ($\alpha \in (-\infty, \infty)$) dentro del marco de la MG. El eje horizontal indica el valor de χ , que varía de 0 a 4 en intervalos de 0.5 unidades, mientras que el eje vertical registra el resultado de la media obtenida para cada valor de α . En los extremos del parámetro, la media converge al mínimo cuando $\alpha \rightarrow -\infty$ o al máximo cuando $\alpha \rightarrow +\infty$. Entre estos límites se ubican otras medias específicas, como la armónica ($\alpha = -1$), la geométrica ($\alpha = 0$), la aritmética ($\alpha = 1$), la cuadrática ($\alpha = 2$) y la cúbica ($\alpha = 3$). Esta visualización evidencia cómo distintas medias ponderan de forma desigual los extremos: valores negativos de negativo asignan mayor peso al término menor, mientras que los valores positivos privilegian el mayor.²⁶ En consecuencia, la elección de implica juicios normativos sobre la sensibilidad distributiva del análisis.

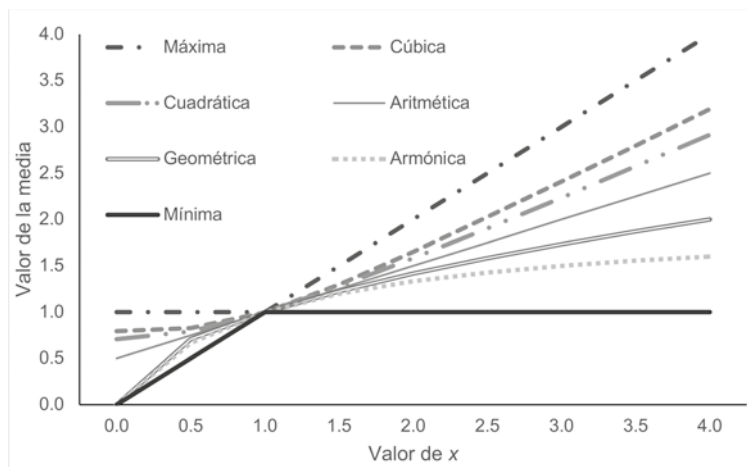
²⁵ Pillai, *op. cit.*, p. 22.

²⁶ Alkire *et al.*, *Multidimensional Poverty...*, *op. cit.*, p. 38.

Asimismo, cuando $\alpha < 1$, la transformación es cóncava y aumenta la sensibilidad hacia los valores bajos, mientras que para $\alpha > 1$ la función se vuelve convexa y otorga mayor preponderancia a los valores altos. Para $\alpha < 1$ se requiere que todos los elementos del vector sean estrictamente positivos, condición relevante para la interpretación empírica.²⁷ Esta flexibilidad es útil para caracterizar perfiles distributivos.

Gráfica 2

Valor de la media de 1 y x para diferentes medias generalizadas



Fuente: elaboración propia con Stata, a partir de David D. Cantrell y Eric W. Weisstein, "Power Mean", en *MathWorld-A Wolfram Web Resource*, Wolfram Research, <https://mathworld.wolfram.com/PowerMean.html>.

Medias generalizadas como funciones de bienestar social

Desde el punto de vista normativo, las MG satisfacen propiedades estándar del análisis distributivo. En particular, respetan el principio de simetría, son homogéneas de grado 1 y responden a transferencias progresivas entre individuos, lo que facilita interpretarlas como funciones de bienestar social con distintos niveles de aversión a la desigualdad. Estas

²⁷ Foster *et al.*, *Measuring Poverty...*, *op. cit.*, p. 7.

características han sido empleadas en el análisis del ingreso y el bienestar mediante MG.²⁸

En este contexto, las MG no constituyen solamente un recurso matemático para estimar diferentes niveles de ingreso en una distribución dada mediante variaciones en el parámetro, sino que traducen juicios normativos explícitos sobre la valoración relativa de los distintos niveles de ingreso, lo que refuerza su interpretación dentro del marco de la teoría del bienestar social.

Esta interpretación resulta especialmente clara cuando el parámetro es menor que 1;²⁹ en ese caso la función adopta una forma cóncava y asigna mayor peso relativo a los ingresos bajos. En esta condición, las MG satisfacen el principio de transferencias de Dalton-Pigou,³⁰ según el cual una transferencia progresiva desde un individuo con mayor ingreso hacia uno de menor ingreso incrementa el bienestar social, mientras se mantiene constante el ingreso total.

Desde esta perspectiva, las MG se vinculan directamente con el enfoque de Atkinson, donde el bienestar social puede expresarse mediante la función EDE. Esta formulación es consistente con la estructura de las MG, ya que ambas incorporan explícitamente distintos grados de aversión a la desigualdad a través de un parámetro. De este modo, las MG actúan como un puente natural entre la teoría normativa del bienestar y la medición empírica de la desigualdad.

En consecuencia, las MG configuran un instrumento flexible para evaluar distribuciones de ingreso bajo distintos criterios de equidad. Su estructura paramétrica facilita la valuación de diversos grados de aversión a la desigualdad y permite otorgar mayor peso a los ingresos bajos cuando se desea modelar una mayor preocupación por los grupos más desfavorecidos. De este modo, proporcionan una interpretación directa en términos de bienestar social.

Metodología

El ejercicio empírico se basa en la ENIGH para 2024, mediante la metodología oficial para la medición de la pobreza multidimensional en México.

28 Foster y Székely, *Is Economic Growth...*, *op. cit.*; (Foster y Székely, 2008). Para una discusión axiomática más general, vid. Buhong Zheng, "Aggregate Poverty Measures", *Journal of Economic Surveys*, vol. 11, núm. 2, 1997, pp. 123-162.

29 Foster *et al.*, *Measuring Poverty...*, *op. cit.*, p. 15.

30 Hermansen *et al.*, *op. cit.*, p. 11.

A continuación, se describe el procedimiento seguido para analizar la respuesta del ingreso ante variaciones en el parámetro de la distribución.

La estimación de las MG se realiza en tres etapas: *i)* construcción del ingreso per cápita sin transferencias gubernamentales, obtenida a partir de los microdatos de la ENIGH; *ii)* cálculo de las medias generalizadas para distintos valores del parámetro mediante programación en R, y *iii)* visualización y análisis de resultados, que incluyen la elaboración de cuadros comparativos y representaciones gráficas.

Con base en lo anterior, se construye el ingreso corriente total per cápita sin transferencias mediante el procesamiento de la base de datos de la ENIGH, a partir de la estructura utilizada por el programa oficial de medición de la pobreza del INEGI. Para ello, se obtiene el ingreso monetario mediante la sustracción de los montos correspondientes a 12 categorías de programas sociales, con base en la codificación establecida en la ENIGH (*vid.* Cuadro 1).

Cuadro 1
Ingresos por transferencias procedentes de programas sociales
Año 2024

Clave	Descripción
P038	Becas provenientes del gobierno
P043	Beneficio de PROCAMPO / PROAGRO Productivo / Producción para el Bienestar
P045	Beneficio de otros programas para adultos mayores
P048	Beneficios de otros programas sociales
P101	Beca de Educación Básica para el Bienestar Benito Juárez (antes PROSPERA)
P102	Beca Universal de Educación Media Superior Benito Juárez (antes PROSPERA)
P103	Jóvenes Escribiendo el Futuro (Educación Superior)
P104	Programa Pensión para el Bienestar de las Personas Adultas Mayores (antes Programa 65 y más)
P105	Programa Pensión para el Bienestar de las Personas con Discapacidad Permanente
P106	Programa de Apoyo para el Bienestar de las Niñas y Niños, Hijos de Madres Trabajadoras (antes Estancias Infantiles)
P107	Seguro de Vida para Jefas de Familia
P108	Programa Jóvenes Construyendo el Futuro

Fuente: Elaboración propia con base en INEGI, *Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares 2024: ENIGH nueva serie: descripción de la base de datos, MÉXICO, INEGI, 2025.*

El ingreso corriente total per cápita se calcula con base en la metodología oficial del INEGI-Coneval, que considera el ingreso monetario y no monetario del hogar, así como el ajuste por escalas de equivalencia para obtener unidades comparables entre hogares de distinta composición demográfica. A partir de esta variable se generan dos distribuciones: una que in-

cluye transferencias y otra que las excluye. Sobre ambas distribuciones se estiman MG para diferentes valores del parámetro α (-1.5 , -1 , 0 , 1 , 2 y 3) mediante la implementación de un código de ejecución en el programa R.

Este procedimiento incorpora distintos valores de sensibilidad distributiva e integra las ponderaciones muestrales, ya que los datos proceden de una encuesta probabilística. La inclusión de estos factores de expansión garantiza estimaciones coherentes con el diseño muestral de la ENIGH y asegura la representatividad estadística de los resultados.

Una limitante para su cálculo directo es el problema del truncamiento de cola derecha de la distribución del ingreso. Esto ocurre porque los individuos con ingresos muy altos presentan una probabilidad reducida de ser entrevistados en encuestas de hogares como la ENIGH,³¹ hecho que es común en cualquier levantamiento basado en la autodeclaración de ingresos. Esta subrepresentación sistemática de los estratos superiores produce inestabilidad en las estimaciones que dependen fuertemente de los valores extremos, lo que obliga a considerar técnicas de ajuste para mitigar este sesgo.

La corrección de este problema se aborda mediante dos métodos disponibles: el suavizamiento de Pareto o el de winsorización. El primer método se fundamenta en la ley de Pareto y consiste en ajustar la cola superior mediante una función paramétrica que proyecta valores extremos de manera más gradual y preserva la forma general de la distribución. El segundo método reemplaza de forma sistemática los valores ubicados por encima del percentil 99 de la distribución ponderada por el valor correspondiente a dicho percentil, con el fin de atenuar la influencia desproporcionada de un número reducido de observaciones extremas sin alterar la estructura general de la distribución.

A partir de estas estimaciones, se contrastan las MG obtenidas para las distribuciones con y sin transferencias, al evaluar su comportamiento ante distintos valores del parámetro alfa. Tal comparación permite analizar la sensibilidad distributiva del ingreso y la incidencia de las transferencias públicas desde diferentes criterios normativos.

31 Fernando Cortés y Delfino Vargas, “La evolución de la desigualdad en México: Viejos y nuevos resultados”, *Revista de Economía Mexicana. Anuario UNAM*, núm. 2, 2017, <https://herzog.economia.unam.mx/assets/pdfs/econmex/02/02CortesVargas.pdf>.

Resultados

La Gráfica 3 presenta tres curvas de ingreso obtenidas a partir del procesamiento de los datos de la ENIGH de 2024: *i*) una curva de equidistribución, *ii*) el ingreso corriente total per cápita del hogar y *iii*) el ingreso sin las transferencias provenientes de programas sociales. La curva de equidistribución describe un escenario hipotético en el cual todas las personas reciben el mismo ingreso, por lo que constituye la referencia de igualdad perfecta frente a la cual se comparan las demás trayectorias.

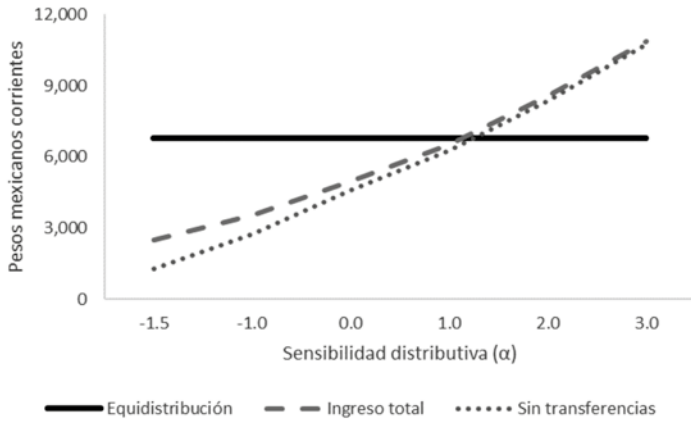
La segunda curva corresponde al ingreso total per cápita que incluye ingresos tanto monetarios como no monetarios provenientes de todas las fuentes: laborales, por cuenta propia, empresariales y por transferencias de los sectores público y privado. Por su parte, la tercera representa el ingreso total sin las transferencias asociadas a programas sociales, por lo que coincide con la anterior salvo por la exclusión de los apoyos gubernamentales señalados más adelante en el Cuadro 2.

La pendiente positiva de la curva del ingreso total per cápita revela la marcada desigualdad de la distribución del ingreso. La mayor inclinación conforme aumenta el parámetro α indica que los ingresos altos ejercen un efecto desproporcionado sobre la medida, lo que pone de manifiesto la amplitud de la brecha entre los hogares situados en la base de la distribución y aquellos ubicados en los estratos superiores.

Este patrón es consistente con el documentado para países de la OCDE como Dinamarca, Alemania y Estados Unidos: un crecimiento moderado de las medias para valores negativos de α y una aceleración marcada conforme el parámetro se desplaza hacia valores positivos, donde los ingresos adquieren mayor peso en la parte superior de la distribución.

La inclusión de las transferencias de programas sociales desplaza hacia arriba la curva del ingreso total, y la acerca parcialmente al nivel de equidistribución. Este movimiento refleja una mejora sustantiva en las condiciones de los hogares con menores ingresos, derivada de la acción redistributiva del Estado. No obstante, la brecha respecto a la igualdad perfecta sugiere que el efecto igualador es significativo pero insuficiente para revertir la desigualdad estructural del ingreso.

Gráfica 3
Medias generalizadas del ingreso corriente total per cápita del hogar y del ingreso sin transferencias, por sensibilidad distributiva (α)
Año 2024



Nota: las cifras reportadas corresponden al ajuste winsoriano.

Fuente: elaboración propia con base en la ENIGH de 2024, publicada por el INEGI, y en el programa de cálculo de la pobreza multidimensional del INEGI para el mismo año.

En 2024, el ingreso promedio per cápita sin transferencias sociales es de 6 523 pesos mensuales (media aritmética, $\alpha = 1$), mientras que el ingreso total asciende a 6 775 pesos. Esto indica que las transferencias mejoran el ingreso a lo largo de la distribución en aproximadamente 4.0 %, tanto en la serie original como en las series ajustadas mediante winsorización y suavizamiento de Pareto.

La sensibilidad de las MG al parámetro α evidencia la marcada desigualdad en la distribución: los valores oscilan entre 2 484 pesos ($\alpha = -1.5$) y 6 643 pesos mensuales ($\alpha = 3.0$) en la serie original. Esta amplia brecha entre los niveles de ingreso enfatiza la profunda asimetría económica observada en la población mexicana entre los extremos de la distribución.

Dicha desigualdad se cuantifica mediante el índice I , definido como el cociente entre $MG_{\alpha=3.0}$ y $MG_{\alpha=1.5}$. En la serie sin transferencias, este índice alcanza un valor de 8.4, el cual se reduce a 4.4 cuando se incluyen las transferencias y se aplica winsorización. Esta disminución resulta sustan-

cial en la asimetría en términos de las MG; no obstante, el análisis gráfico revela que la concentración en los estratos superiores persiste.

Tanto el método de winsorización como el de Pareto reducen drásticamente la magnitud de las colas superiores de la distribución (hasta en 80 %), lo que confirma la alta sensibilidad de esta zona a los métodos de corrección aplicados (*vid.* Cuadro 2). Este tratamiento evidencia la influencia de los valores extremos en las estimaciones de las MG.

Cuadro 2

Medias generalizadas del ingreso corriente total per cápita del hogar y del ingreso sin transferencias, por sensibilidad distributiva (α) con ajuste winsoriano o de Pareto

Año 2024

Alpha	Equidistribución	Ingreso total			Ingreso total sin transferencias		
		Original	Winsor	Pareto	Original	Winsor	Pareto
-1.5	6,775	2,484	2,484	2,484	1,273	1,273	1,273
-1.0	6,775	3,553	3,552	3,554	2,743	2,742	2,743
0.0	6,775	4,974	4,955	4,978	4,629	4,611	4,633
1.0	6,775	6,775	6,529	6,731	6,523	6,277	6,479
2.0	6,775	14,722	8,554	9,529	14,603	8,362	9,353
3.0	6,775	66,643	10,885	13,508	66,629	10,725	13,384
<i>I</i>	1.0	26.8	4.4	5.4	52.3	8.4	10.5

Nota: el índice *I* es el cociente entre las MG para los valores extremos del parámetro, esto es, $I = MG_{3,0} / MG_{-1,5}$.

Fuente: elaboración propia con base en la ENIGH de 2024, publicada por el INEGI, y en el programa de cálculo de la pobreza multidimensional del INEGI para el mismo año.

En suma, la evidencia muestra que las transferencias públicas elevan la base distributiva del ingreso, aunque su efecto resulta insuficiente para modificar de manera significativa la marcada concentración observada en los hogares de altos ingresos. Este resultado confirma que las MG sí poseen poder explicativo, pues permiten identificar los segmentos donde la política social incide y aquellos donde su efecto es limitado.

Conclusiones

Este estudio demuestra que las MG constituyen una herramienta robusta y normativamente explícita para el análisis distributivo. A diferencia de medidas sintéticas como el coeficiente de Gini, las MG cuantifican en términos monetarios el bienestar de distintos segmentos de la población,

lo que facilita su interpretación y fortalece su utilidad en la evaluación de políticas públicas. Su capacidad para expresar juicios distributivos en unidades monetarias las distingue de los indicadores adimensionales convencionales.

Las MG han sido aplicadas en diversos ámbitos del análisis económico y social: en el cálculo de elasticidades para identificar quiénes se benefician del crecimiento económico; en la elaboración de indicadores de desarrollo humano, como los del PNUD, y en la medición de la pobreza multidimensional.

No obstante, su difusión sigue siendo limitada frente a indicadores tradicionales, como el coeficiente de Gini o la participación del decil superior en el total del ingreso. Esto representa un desafío para su adopción en entornos académicos y de política pública, donde persiste la preferencia por métricas más usuales, pero menos informativas sobre la distribución.

El ejercicio empírico para México, con datos de la ENIGH de 2024, confirma la hipótesis planteada: las MG poseen capacidad explicativa para evaluar la distribución en distintos segmentos de la población. Los resultados revelan dos caras en los logros de la política social del Estado mexicano. Por un lado, las MG muestran que las transferencias públicas mejoran en aproximadamente 4.0% el ingreso de la población, con un impacto significativo en los estratos de menores recursos.

No obstante, los resultados deben interpretarse con cautela, ya que las diferencias observadas entre las distribuciones con y sin transferencias no implican causalidad directa, sino un ejercicio contrafactual basado en la construcción del ingreso. Además, la distribución del ingreso presenta una marcada asimetría y colas derechas prolongadas, lo que limita su interpretación bajo supuestos de normalidad y refuerza el carácter descriptivo del análisis.

Por otro lado, este avance presenta un alcance limitado: el ingreso corriente total per cápita apenas registra un desplazamiento modesto en el conjunto de la distribución hacia la curva de equidistribución y la variación del índice I (de 8.4 a 4.4); evidencia de que, si bien la asimetría disminuye, la concentración en los estratos superiores persiste. Las MG permiten identificar con precisión dónde actúa la política social.

A pesar de su solidez conceptual, las MG exhiben algunas limitaciones empíricas relevantes. En distribuciones con colas derechas particularmente alargadas, como sucede con los ingresos, los valores asociados a parámetros altos de pueden mostrar una sensibilidad excesiva a ob-

servaciones atípicas, lo que exige procedimientos de corrección como la winsorización o los ajustes basados en la distribución de Pareto. El análisis se centra en la dimensión del ingreso, lo que, si bien no incorpora la naturaleza multidimensional de la pobreza, resulta pertinente para evaluar la incidencia de transferencias monetarias y los cambios distributivos asociados.

Asimismo, la elección del parámetro incorpora una dimensión normativa explícita que, si bien es una fortaleza del método, requiere claridad conceptual para evitar interpretaciones equívocas. Además, la ausencia de una tradición más amplia de uso en la literatura aplicada dificulta la comparación directa con indicadores convencionales, lo que limita su adopción frente a métricas más establecidas.

Futuros estudios podrían extender este enfoque en al menos tres direcciones: primera, incorporar el análisis de incidencia fiscal para evaluar el efecto redistributivo neto de impuestos y transferencias; segunda, aplicar las MG a la medición de la pobreza multidimensional en México, y, por último, desarrollar ejercicios intertemporales con el fin de identificar el crecimiento del ingreso real para los diferentes segmentos de población.

En conjunto, este análisis evidencia que las MG ofrecen un marco analítico riguroso, accesible y flexible para evaluar no solo el crecimiento económico, sino su distribución. Su capacidad para integrar juicios normativos en métricas monetarias y para revelar perfiles distributivos bajo distintos supuestos las convierte en una herramienta valiosa para el diseño de políticas públicas incluyentes y para el fortalecimiento del análisis empírico de la pobreza y la desigualdad.

Anexo

Debido al uso generalizado de encuestas con diseño muestral, resulta pertinente adicionar ponderadores a las expresiones 1.1 y 1.2, ya que estos reflejan con mayor precisión la estructura poblacional. Las expresiones correspondientes son las siguientes:

$$W_{MG}(y; \alpha) = \begin{cases} (\sum_{i=1}^n w_i y_i^\alpha)^{1/\alpha}, & \forall \alpha \neq 0 \\ \prod_{i=1}^n y_i^{w_i}, & \forall \alpha = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (3.1) \\ (3.2) \end{matrix}$$

donde w_i representa los ponderadores asociados a cada observación, y se cumple que

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1.^{32}$$

Por su parte, el Cuadro 4 ilustra el cálculo de las MG a partir de dos valores simples: y_1 y y_2 . El primer valor se fija en 1.0, mientras que el segundo toma valores entre 0.0 y 4.0, en incrementos de 0.5 unidades. Este ejercicio revela el comportamiento de distintas medias ante combinaciones alternativas de datos.

Por ejemplo, cuando los valores son 1.0 y 0.0, la media aritmética resulta igual a 0.5; si los valores son 1.0 y 4.0, la media aritmética asciende a 2.5. En contraste, la media mínima o rawlsiana simplemente adopta el menor de los dos valores. Así, para el primer par —1.0 y 0.0— su valor es 0.0; mientras que para el segundo par —1.0 y 4.0— es 1.0. Estos casos ilustran cómo las distintas MG reaccionan de forma diferenciada ante cambios en los valores que integran la distribución.³³

32 Sabina Alkire *et al.*, *Multidimensional Poverty... op. cit.*

33 La implementación computacional puede realizarse mediante el paquete `gindex` en R o la instrucción `ameans` en Stata.

Cuadro 3
Cálculo del valor de la media de 1 y x para diferentes medias
generalizadas

x_1	x_2	Aritmética	Geométrica	Armónica	Cuadrática	Cúbica	Mínima	Máxima
1.0	0.0	0.5	0.0	N.A.	0.7	0.8	0.0	1.0
1.0	0.5	0.8	0.7	0.7	0.8	0.8	0.5	1.0
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
1.0	1.5	1.3	1.2	1.2	1.3	1.3	1.0	1.5
1.0	2.0	1.5	1.4	1.3	1.6	1.7	1.0	2.0
1.0	2.5	1.8	1.6	1.4	1.9	2.0	1.0	2.5
1.0	3.0	2.0	1.7	1.5	2.2	2.4	1.0	3.0
1.0	3.5	2.3	1.9	1.6	2.6	2.8	1.0	3.5
1.0	4.0	2.5	2.0	1.6	2.9	3.2	1.0	4.0

Nota: N.A. significa "no aplica".

Fuente: elaboración propia a partir de David D. Cantrell y Eric W. Weisstein,
"Power Mean", *op. cit.*

Carpeta gráfica



