Una visión filosófica acerca de la enseñanza de las matemáticas

Fernando Saneen Contreras*

¿Es posible vincular las matemáticas con la filosofía? ¿Tienen algo en común? ¿Es posible hablar de las matemáticas desde una perspectiva filosófica? Parecería un atrevimiento inconcebible que un lego, y además filósofo, ingrese al espacio exclusivo, casi-sagrado, de las matemáticas, porque es común pensar que constituye un terreno reservado solamente a los Iniciados. Atrevimientos semejantes se han dado en múltiples ocasiones, como puede verse si se echa una mirada a la historia de las ciencias, de las matemáticas y de la filosofía; hay numerosos ejemplos en los que se observa cómo los pensadores transitaban libremente de una a las otras, y viceversa. Algunos de ellos lo hacían con gran conocimiento de las disciplinas matemáticas —no es mi caso-, otros, con el solo propósito de ampliar horizontes ex-

* Profesor-investigador del Departamento de Política y Cultura, UAM-X.

plicativos. Me uno a este segundo grupo para reflexionar acerca de las matemáticas y, específicamente, acerca del papel que han desempeñado en la explicación del mundo. Esta reflexión me permitirá apuntar algunas ideas acerca de su enseñanza, para reforzar su didáctica en la formación de los jóvenes estudiantes.

Generalmente se piensa que las matemáticas guardan una relación estrecha únicamente con las ciencias, y que se identifican casi necesariamente con ellas, en especial con la física. A la filosofía se le considera como reflexión abstracta pura, alejada de lo concreto, mientras que las matemáticas, se dice, versa sobre lo real, lo tangible, en la medida en que cuantifican los hechos. La filosofía, se concluye, consiste en una reflexión abstracta, universal; no así las matemáticas. Nada más alejado de la realidad que lo anterior, porque las matemáticas, como las ciencias y la filosofía, son esencialmente abstractas, y desde luego cada una de las tres, aunque de diferente manera, versa sobre la realidad que es eminentemente concreta.

Su manera de proceder, la abstracción, y su vinculación con lo real, lo fáctico, permiten apreciar la relación estrecha que existe entre la filosofía y las matemáticas. Al insistir en lo que tienen de común, queremos ubicarnos en el punto en que es posible descubrir la rica interacción entre las matemáticas y la filosofía. Nuestra perspectiva no es estrictamente histórica; tampoco nos limitamos a conceptos que manifiestan la vinculación entre ellas.[1] Pretendemos recuperar el papel de las matemáticas en el universo de la cultura y, de manera inmediata, destacar su importancia en la formación profesional de los estudiantes. Si logramos esto habremos contribuido sin duda al desarrollo tanto de las matemáticas como de la filosofía.

Matemáticas y explicación del mundo

Las matemáticas han estado vinculadas con la explicación del mundo, de manera más amplia, el pensamiento matemático ha contribuido a la formación y consolidación de las culturas que han surgido a lo largo del camino que la humanidad ha transitado a través del tiempo. Fueron los habitantes de la Mesopotamia, China, y Egipto, los

[1] Véase, en este sentido, el estudio de un concepto a la vez filosófico y matemático: *lo infinito,* en L. Benítez y **J.B.** Robles (comp.). *El problema del infinito: filosofiay matemáticas:* UNAM, México, 1997.

primeros en incorporar las matemáticas en sus construcciones y en el ordenamiento de las relaciones comerciales y productivas que se daban al interior de sus comunidades y con los pobladores de zonas cercanas. Los rastros de esas y otras culturas perduran todavía en las regiones donde se asentaron, y mediante ellos podemos apreciar la visión del mundo que prevalecía en aquellas sociedades. En las ruinas que permanecen hasta nuestros días, es posible descubrir también la forma en que se vinculaban con su medio para obtener los bienes que requerían para llevar su existencia, expresión clara de la cultura en que se desempeñaban. El intercambio y elaboración-de bienes, construcciones, administración, fueron posible gracias a sus conocimientos matemáticos.

Fueron, sin embargo, los pensadores de la Magna Grecia quienes, además de incorporar a su cultura los conocimientos matemáticos que construyeron otras civilizaciones, incorporaron a las matemáticas como un elemento esencial en la explicación racional de la naturaleza. Los griegos, en efecto, vincularon explícitamente el conocimiento matemático con la reflexión filosófica. Ejemplos de esto son los términos abstractos que ellos introdujeron al pensamiento occidental y que pertenecen desde entonces tanto a la filosofía como a las matemáticas: *infinito* o *ilimitado* ( ), *número, símbolo, forma o figura* ( ), *armonía, identidad y diversidad, divisibilidad, multiplicidad, universo, inmutable* ( ), *necesidad* ( ), *a^ar,* ( ), *ra%ón* ( ), *naturaleza* ( )> *h* ( )' *va''o* o *na*^ Pof ^ñata1 so1o algunos.

Se ha afirmado, con razón, que los orígenes de la ciencia occidental coinciden con el desarrollo de la filosofía y que ésta construye necesariamente conceptos universales como los que venimos de mencionar, es decir, términos abstractos, para explicarse la realidad. En el nivel de abstracción, desde donde se busca explicación a la realidad, coinciden y se confunden no sólo los términos que utiliza la filosofía, la ciencia y las matemáticas, sino el esfuerzo que se despliega en ellas por dar explicaciones coherentes a los hechos que del mundo percibimos por la sensación. Eso es lo que sucede, por ejemplo, con los conceptos de lo uno y lo múltiple. El caso más representativo en Occidente de esta fusión de la filosofía, la ciencia y las matemáticas es, sin duda alguna, Platón *(ca.* 427-348 a.C). En sus diálogos, de los que se sirvió para exponer su pensamiento, con frecuencia es difícil discernir si habla de filosofía o de matemáticas, como cuando trata del Uno y del Múltiple, y también cuando se refiere al Bien como origen o modelo de todas las cosas incluso de las acciones que realizan los individuos.

Por otra parte, en la historia del pensamiento existen grandes filósofos que fueron también grandes matemáticos, o viceversa. Tal es el caso de R. Descartes (1596-1650), quien proporcionó la justificación filosófica y el sentido a la 'ciencia nueva', origen de nuestra ciencia moderna; pero también de G.W Leibniz (1646-1716); H. Poincaré (1854-1912); A.N. Whitehead (1861-1947); B. Russell (1872-1970); J. Lukasiewicz (1878-1956); Ch. Peirce (1839-1914), por citar sólo a algunos.

La vinculación entre matemáticas y filosofía que venimos de señalar como parte de la actividad de los filósofos y matemáticos por explicar el mundo, no se limita a la coincidencia en los intereses de ciertos individuos, sino que tiene una dimensión propia y más profunda que corresponde a la esencia tanto de la filosofía como de las matemáticas. Por eso éstas constituyen un valioso instrumento, igual que la filosofía, para explicar la realidad que nos rodea y, sobre todo, para obtener fácil y abundantemente los bienes que prodiga la naturaleza.

Siendo las matemáticas un factor esencial en la explicación del mundo, permiten construir conceptos acerca de la realidad, los cuales se comportan como modelos. A través de estos modelos que son abstracción de la naturaleza, y a la vez explicación de la misma, el hombre ha sido capaz de guiar su acción en el mundo de manera útil. Esto es lo que hicieron las civilizaciones asentadas en Mesopotamia, China y Egipto, entre otras, como ya mencionamos. Más allá de lo anterior, pensamos que la abstracción, como actividad propia del ser humano, es también un terreno común en donde se desempeñan tanto las matemáticas como la filosofía. Dicha abstracción constituye un fundamento que ambas comparten en la medida en que desde la abstracción buscan ordenar razonablemente los datos acerca de la naturaleza, y de esa forma explican todo lo que nos rodea.

El hecho de considerar a las matemáticas como parte de la explicación del mundo contrasta con el pobre papel al que han sido reducidas en los planes y programas de estudio con los que se forma a los estudiantes. En esos programas, en efecto, se las considera, frecuentemente, como una simple técnica para el manejo cuantitativo de datos o, en el mejor de los casos, se las ve como un lenguaje con el que es posible dar forma a ciertos modelos que representan estructuras operativas de un fenómeno. Esta concepción de las matemáticas subyace también en su aprendizaje, puesto que su estudio ha sido reducido con frecuencia a la enseñanza de fórmulas que se ofrecen como útiles solamente para el procesamiento cuantitativo de información y casi siempre desvinculadas de la realidad.

Aunque este papel instrumental de las matemáticas no deja de ser útil, consideramos que esa forma de concebirlas y enseñarlas deja de lado la enorme riqueza que tienen como estructura básica explicativa de la realidad. No obstante esta función común a las matemáticas y a la filosofía, sería un error considerar que son idénticas. La filosofía pretende construir la última explicación —coherente y útil— acerca de la realidad. Las matemáticas, aunque son un elemento fundamental para dicha explicación, y en la antigüedad era difícil distinguirlas, su característica esencial estriba en construir modelos de razonamiento; es decir, establece caminos y esquemas que apoyan el razonamiento de los individuos.

Como Peirce y Whitehead, pensamos que en un sentido general las matemáticas son la ciencia del razonamiento que se ocupa de la deducción lógica de consecuencias obtenidas a partir de premisas generales.[2] Insistimos en que se ubica, como toda ciencia, en el razonamiento, es decir, en el mundo de lo teórico; y que su característica propia consiste en determinar la validez de las conclusiones, también abstractas, que se obtienen tomando como válidas ciertas premisas.

Esta definición de las matemáticas podría fundamentar solamente su papel instrumental en la explicación del mundo si no se la completa con otro concepto que es esencial para las matemáticas, la ciencia, y la filosofía. Nos referimos al concepto de "lo universal", precisamente al concepto de "patrón", o "modelo", o "arquetipo", es decir, aquello que representa adecuadamente a los hechos a los que se refiere.

Es en el terreno de lo abstracto donde el concepto de "patrón" o "modelo" logra encontrar las relaciones que lo vincula con otros, pero también y sobre todo con los hechos concretos que representan. Es también en el terreno de lo abstracto donde el conocimiento matemático, en efecto, ha desarrollado modelos teóricos representativos, y con ello ayudan a explicar los hechos concretos sobre los que se circunscribe la acción o la práctica. De esa manera dicho conocimiento ha contribuido a la obtención de explicaciones universales y exactas. Esto, que es un logro trascendente para la humanidad, se origina en la característica fundamental del ser humano —su inteligencia— por la que concibe que las cosas corresponden a casos o ejemplos de una abstracción. Es en este sentido que concebimos los conceptos matemáticos pero también los ideales del Bien, referidos a su realización inmediata y concreta.

[2] Véase A.N. Whitehead. *Essays in Science and Philosopby*. Philosophical Library, Nueva York, 1948, p. 200.

Los conceptos matemáticos se comportan, en efecto, de la misma manera como, de acuerdo con Platón, se comporta la idea del Bien respecto a la realidad física que es concreta y múltiple, y que hoy concebimos como la relación entre teoría y práctica. El "modelo" o "patrón" que equivale a la teoría, se presenta, en efecto, como un ideal de perfección y exactitud semejante al Bien, pero dicho ideal no equivale en su totalidad a la realidad, es decir, a la práctica. En otras palabras, el ideal de perfección y de exactitud no se da en la experiencia humana sino como abstracción; esto hace que la relación entre teoría y práctica se ejecute en una búsqueda de lo útil para obtener la explicación del mundo y, también, para establecer la mejor relación productiva con él.

Las matemáticas construyen modelos que son abstractos pero que responden a la realidad y son capaces de orientar la acción transformadora del hombre sobre la naturaleza. Por su parte la filosofía pretende justificar cómo es que lo abstracto, lo teórico, el "modelo", siendo perfecto y esencialmente exacto, representa lo múltiple, lo imperfecto, lo inexacto; mas busca justificar también cómo es que lo múltiple, lo inexacto, da pie para establecer un "modelo" perfecto que lo representa como es, incluyendo lo que tiene de imperfecto y de inexacto.

Gracias al mecanismo de la abstracción de lo concreto del mundo que equivale a la construcción de modelos, ideas y conceptos, puede verse que la filosofía, las matemáticas, las ciencias y aun la moral, tienen un origen común. Todas ellas se sirven de ideas o abstracciones que corresponden a "patrones" o "modelos"; abstraen las características particulares que son "modeladas", es decir, contenidas en dichos modelos. Pensemos por ejemplo en la idea del bien, o la verdad, o la relación de los ángulos en una figura geométrica.

Esta visión de las matemáticas nos vincula con los problemas fundamentales propios de la filosofía, tales como la explicación del conocimiento, de la realidad, la constitución última de la naturaleza, las relaciones que se dan entre las cosas, etcétera, en la medida en que ambas se ocupan, desde el mismo terreno —la abstracción—, de construir explicaciones acerca de la realidad, y de discernir las acciones adecuadas sobre él.

Las matemáticas, ciencia del razonamiento

Pero si bien las matemáticas por la abstracción que constituye su esencia misma, están vinculadas con la filosofía y con la ciencia, las cuales son eminentemente explicativas, tienen sus características propias que las distinguen y las conforman como únicas.

Como ciencia del razonamiento que se ocupa de la deducción lógica de consecuencias obtenidas a partir de premisas generales, las matemáticas se orientan a la deducción de las propiedades de clases y relaciones contenidas en las premisas. Por tanto, se constituyen como el eje de la ciencia moderna, en la medida en que los axiomas o premisas de ésta se consideran válidos para obtener de ellos conclusiones igualmente válidas.

Tenemos así que las matemáticas han de ser consideradas como una ciencia meramente formal, puesto que una vez que se han fijado y formulado las condiciones que todo grupo de entidades satisface hipotéticamente, la deducción de nuevas proposiciones se apegará al razonamiento mismo, desligada totalmente de si tal grupo de entidades se pueda o no encontrar realmente en el mundo real. Esta conceptualización enfatiza la actividad racional en sus procesos de inferencia, y es más general que la que prevalece en las aulas de muchas universidades y escuelas, donde se las concibe únicamente como la ciencia de lo cuantificable, es decir, limitadas al estudio de las relaciones cuantitativas que establecemos entre las cosas.

Por paradójico que parezca, este tipo de razonamientos matemáticos abstractos a los que nos hemos referido ha permitido el desarrollo de la ciencia, aunque ésta se refiere a hechos concretos y experimentables. Podemos hacer intervenir aquí, sin embargo, la distinción común entre "matemáticas puras" y "matemáticas aplicadas". Dicha distinción consiste en una diferencia en su método, no en sus propiedades esenciales (deducción a partir de premisas dadas). En las "matemáticas puras" se dan las hipótesis a las que se ajustará un conjunto de entidades y se tomarán en cuenta un grupo de deducciones interesantes; en cambio en las "matemáticas aplicadas" las deducciones son dadas como lo que conforma la evidencia experimental propia de las ciencias de la naturaleza, y se toma en cuenta, sobre todo, la hipótesis de la que ciertas conclusiones o aplicaciones pueden ser deducidas.

Para las ciencias en general, y las sociales en particular, importa la hipótesis que está en juego. En este tereno, el de las ciencias, las matemáticas constituyen el método para demostrar la validez de aquéllas en el conjunto sobre el que versa la explicación contenida en la hipótesis.

Enseñanza de las matemáticas

De todo lo anterior, podemos considerar que para el *curriculum vítete* académico, las matemáticas constituyen el elemento conceptual metodológico imprescindible para el aprendizaje de las ciencias, pero también y sobre todo para la explicación del mundo. Justamente por esa razón las matemáticas no pueden ser reducidas sólo a técnicas para procesar cuantitativamente los datos en una investigación. Es necesario ubicarlas en su justo valor, y considerarlas como la *ciencia del razonamiento,* por la que los hombres aprendemos a razonar ordenadamente para obtener explicaciones sobre la realidad; para aprender nuevos conceptos y explicaciones. Su enseñanza debe perseguir que el estudiante se familiarice con el pensamiento abstracto; que se acostumbre a manejar ideas abstractas, que comprenda cómo se aplica dicho conocimiento a circunstancias concretas y sepa cómo aplicar los métodos generales del razonamiento a la investigación.

Pensamos en una enseñanza de las matemáticas para capacitar al alumno en el manejo de ideas abstractas. Sin embargo, la obtención de dichas ideas representa una dificultad por sí misma, sobre todo por la forma y el orden más conveniente en que puede ser organizado su aprendizaje.

En este punto, quisiéramos retomar explícitamente algunas de las ideas que desde una perspectiva filosófica propone el gran matemático Alfred North Whitehead. Su monumental obra, *Principia mathematica* (1910-1913), constituye la más importante publicación en lógica matemática del siglo XX. Sus escritos sobre matemáticas son todavía más abundantes, y su pasión por la enseñanza de las matemáticas lo autoriza para hablar sobre la forma más conveniente de guiar su aprendizaje, concebidas como aquí lo hemos presentado. Es importante señalar también que Whitehead integra a las matemáticas en su sistema filosófico por el que explica que la realidad es un permanente proceso en donde todo deviene.

Para destacar la importancia de las matemáticas en la conceptualización del mundo, y no sólo en su cuantificación, Whitehead propone su aprendizaje de acuerdo con tres características fundamentales:

1) Hacer comprender al estudiante la naturaleza de las abstracciones a través de un uso constante de ellas, y de explicaciones precisas.

2) Ejemplificar el tratamiento lógico de tales ideas con ejercicios de razonamiento en los que se empleen dichas ideas para ver cómo se conectan entre ellas.

3) Aplicar las ideas abstractas a la naturaleza, concebida ésta como todo lo que existe, incluyendo al hombre mismo.[3]

[3] *Ibidem,* pp. 133-134. •

Por otra parte, las ideas sobre las que se centra el aprendizaje propuesto por Whitehead deberán ser las que se consideren más relevantes para el razonamiento matemático. A guisa de ejemplo, Whitehead dice:

> Tomemos por ejemplo la teoría de los grafos, que desde su dimensión teórica puede ilustrar al estudiante acerca de la idea abstracta de una relación funcional entre cantidades variables. Esta idea abstracta puede incorporarse en algunos ejemplos teóricos muy simples, como el grafo rectilíneo de la función algebraica lineal de una variable, el grafo parabólico de la función cuadrática además de los grafos ondulados del seno y coseno que ilustran la naturaleza general de las funciones periódicas. Así el estudiante se familiarizará con la idea de una ley abstracta y precisa [...] El uso verdadero que se da a estas funciones consiste en la representación de la idea de periodicidad.[4]

De la misma manera habría que tratar otras ideas, tales como la similitud, la simplicidad, la verdad, el espacio, etcétera. Dichas ideas, sin embargo, son importantes porque guardan una relación necesaria para explicarnos el mundo y también para guiar nuestra acción en él.

Lo que debe evitarse a toda costa es que el aprendizaje de las matemáticas lleve al estudiante a adquirir ideas y métodos que no lo conducen a ningún sitio; no hay cosa más nociva para la educación que aprender por *aprender*, es decir, obligar al estudiante a obtener conocimientos desvinculados de su realidad.

El hecho de vincular a la filosofía con las matemáticas a través del concepto de "patrón" o "modelo" permite, por una parte, completar y fundamentar la definición de las matemáticas y dirigir su enseñanza tal como ya lo señalamos; y por otra permite relacionar a las matemáticas con el desarrollo científico, especialmente el obtenido durante los siglos XVII al XX.

Filosofía y matemáticas han coincidido en la explicación del mundo y en su transformación, pero también en la acción moral del hombre, e incluso en su religión, aunque aquí no abundamos en esto último. Si buscamos construir nuevas sociedades donde prevalezcan los viejos ideales de igualdad, libertad, justicia, y si formamos jóvenes estudiantes con visión crítica para cambiar aquello que limita y/o perjudica a

[4] *Ibidem*, pp. 134-135.

los individuos en nuestra sociedad, es indispensable abrir los espacios educativos a la creación de ideas; es necesario también construir nuevas relaciones entre las ideas que prevalecen en nuestra sociedad dotándolas de significados más acordes con los anhelos con los que ésta vive para que dichas ideas se conviertan en guía para el cambio benéfico que deseamos los individuos para las sociedades de hoy y del mañana.