Los sistemas expertos en la modelación de fenómenos sociales

Irene Sánchez Guevara*

Introducción

En nuestros días, la presencia de la computación se deja sentir prácticamente en todas las actividades humanas: el arte, las finanzas, las comunicaciones, etc. En particular, su influjo en las ciencias ha sido impresionante; ya sea en el control de experimentos como en la realización de cálculos simbólicos o el manejo estadístico de datos. Justamente en este ámbito, paquetes computacionales como el SPSS, por ejemplo, han significado una herramienta de gran valor para quienes investigan la problemática social.

Ahora bien, debido a que, en general, los fenómenos sociales presentan características de evolución en el tiempo, resulta que toda una clase de ellos puede modelarse (representarse) matemáticamente mediante cierto tipo de ecuaciones llamadas diferenciales y en diferencias. El estudio de éstas compete a un área de la matemática denominada Sistemas Dinámicos.

En el presente trabajo se plantean los siguientes objetivos:

— Mostrar a los investigadores sociales la importancia de los sistemas dinámicos en relación con su campo de estudio.

* Departamento de Política y Cultura, UAM Xochimilco.

— Describir en términos generales la construcción de un sistema experto (programa computacional cuyas caraterísticas se irán precisando a lo largo del trabajo), cuya función sea la de auxiliar al investigador en el proceso de modelación del fenómeno de su interés, informándole además de la teoría matemática involucrada (en su caso específico).

La metodología seguida en el desarrollo del sistema es la propuesta en los textos de inteligencia artificial. También hemos adoptado en nuestra presentación el enfoque propuesto por el Dr. Javier Salazar Resines (ver bibliografía).

Los sistemas dinámicos en la modelación matemática

1) En las ciencias naturales

La modelación de fenómenos naturales a través de expresiones matemáticas ha significado un gran avance en la consolidación de disciplinas como la física. Así es posible expresar que un cuerpo que cae, sin importar cuál sea su masa recorre una distancia D

$$D = \frac{g\,t^2}{2} \qquad (1)$$

donde t representa el tiempo y g la constante de gravitación.

La ecuación anterior es un ejemplo de modelo matemático en el que se establece una visión idealizada y simplificada de un hecho físico, puesto que en él se ignoran ciertas cuestiones (la resistencia del aire, por ejemplo) y enfoca exclusivamente una relación particular entre dos entidades distinguibles: la distancia D y el tiempo t.

Otro ejemplo no tan sencillo de modelo matemático es el correspondiente a la segunda ley de Newton, cuya expresión es:

$$F(x(t)) = m\,\frac{d^2}{d\,t^2}\,x(t) \qquad (2)$$

Esta expresión nos dice que, si X(t) representa la posición de una partícula en movimiento , de masa m, en el instante t, entonces la fuerza aplicada en cualquier instante sobre la partícula (F(x(t)), es igual a su aceleración multiplicada por su masa.

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

En ambos modelos se establecen muy claramente relaciones entre componentes o entidades consideradas en relación con el fenómeno en estudio y una característica muy importante del último modelo es que permite considerar el cambio a través del tiempo; es decir es posible observar un estado del fenómeno en un tiempo t_0 y otro estado después de transcurrido un tiempo t_0+k. Matemáticamente es posible escribir esta idea de la siguiente forma:

$X(t_0)$ estado del fenómeno en el tiempo t_0

$X(t_0 + k)$ estado del fenómeno en el tiempo $t_0 + k$

Gráficamente se tiene:

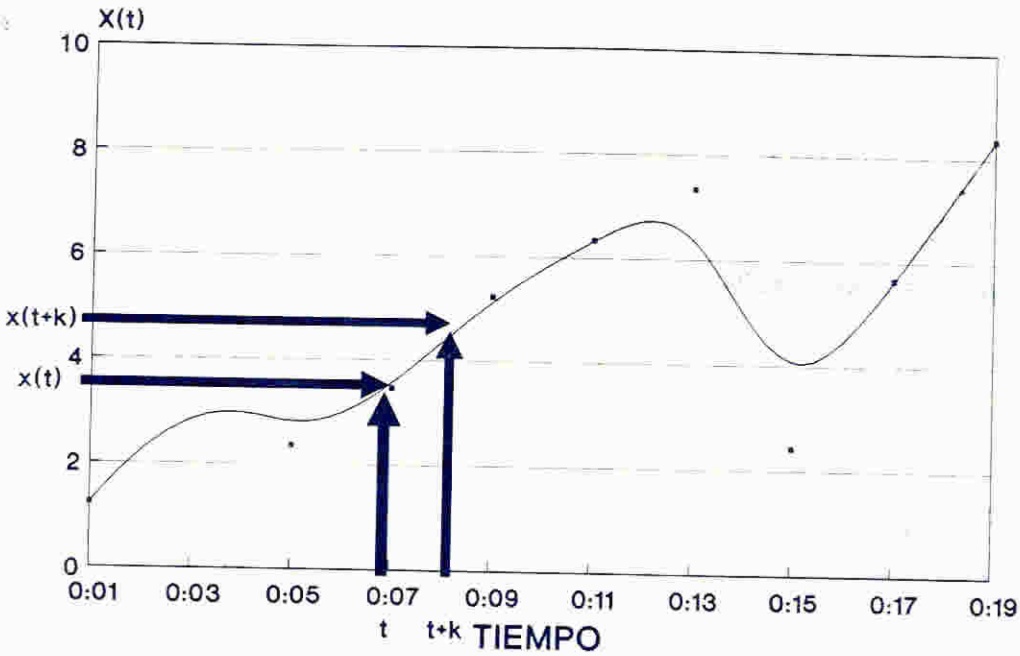


FIGURA 1

En particular, si nos interesa conocer el estado en cualquier instante, éste queda determinado por la siguiente expresión:

$$\frac{dx(t)}{dt} = r\,x(t)\,; \quad r > 0 \quad (3)$$

que nos da la tasa instantánea de cambio.

Con respecto al estudio de los distintos estados y sus relaciones, la herramienta matemática correspondiente es la Teoría de los Sistemas Dinámicos. Se tienen diversas definiciones de éstos desde las provenientes del sentido común o intuitivas: "*Los sistemas dinámicos son objetos que muestran alguna clase de variaciones en el tiempo, donde el tiempo es una variable que puede ser discreta o continua* ", hasta las más teóricas desarrolladas por los topólogos. Los lectores interesados pueden consultar la bibliografía.

Esquemáticamente, visto como caja negra, podemos visualizar un sistema dinámico como sigue:

FIGURA 2

2) En las ciencias sociales

Como ya se mencionó, el objetivo de este trabajo es mostrar por un lado la relación entre los sistemas dinámicos con las ciencias sociales y, por otro, presentar al científico social una herramienta para el conocimiento, manejo y análisis de un sistema dinámico en su propia área, desde su percepción hasta su formulación matemática, así como la sugerencia de un plan estructurado de tópicos y materias que debiera estudiar para el análisis del modelo en cuestión.

En las ciencias sociales el debate sobre si es posible modelar o no fenómenos sociales es siempre candente debido por un lado a que modelar es una idealización de la realidad, una simplificación de ella susceptible de ser cuantificable; sin embargo es un hecho que cada vez más, disciplinas tales como la economía, la psicología, etc., recurren a la matemática tanto para apoyar sus planteamientos como para desarrollarlos.

Por lo que toca a nuestro asunto, en estas disciplinas encontramos que existen fenómenos que presentan la característica del cambio o movimiento a través del tiempo, susceptible de ser medido de alguna forma adecuada. Así por ejemplo, podemos ver que en el proceso de enseñanza-aprendizaje puede interesar la rapidez con la cual un sujeto es capaz de aprender conceptos de cierto nivel de dificultad. Su representación matemática es:

$$\frac{d\,x(t)}{dt} = -\,ap\,x(t) \qquad (4)$$

donde:

$x(t)$ es la cantidad aprendida matizada por el grado de dificultad;

a es la capacidad de aprendizaje del sujeto; y

p es la intensidad de práctica y trabajo en el período del proceso.

Otro fenómeno clásico estudiado por los sistemas dinámicos es el del crecimiento de una población de individuos,(seres humanos, bacterias, células, etc.,). Su representación matemática es:

$$x(k+1) = a\,x(k); \quad k = 0, 1, 2, \ldots \qquad (5)$$

donde :

$x(k)$ es la población en el momento k ; y

$x(k+1)$ se obtiene como un múltiplo de $x(k)$, donde a es la tasa de crecimiento.

Cabe comentar que este modelo también puede utilizarse para medir el crecimiento de un capital invertido a una cierta tasa de interés. Así, es posible obtener el patrón de crecimiento, para tener resuelto el problema. Este tipo de crecimiento se puede aproximar a la ley geométrica, donde:

$$x(0) = 1;$$

$$x(1) = ax(0) = a$$

$$x(2) = ax(1) = aa = a^2$$

$$\vdots$$

$$x(k) = ax(k-1) = aa^{k-1} = a^k \qquad (6)$$

y cuya representación gráfica es

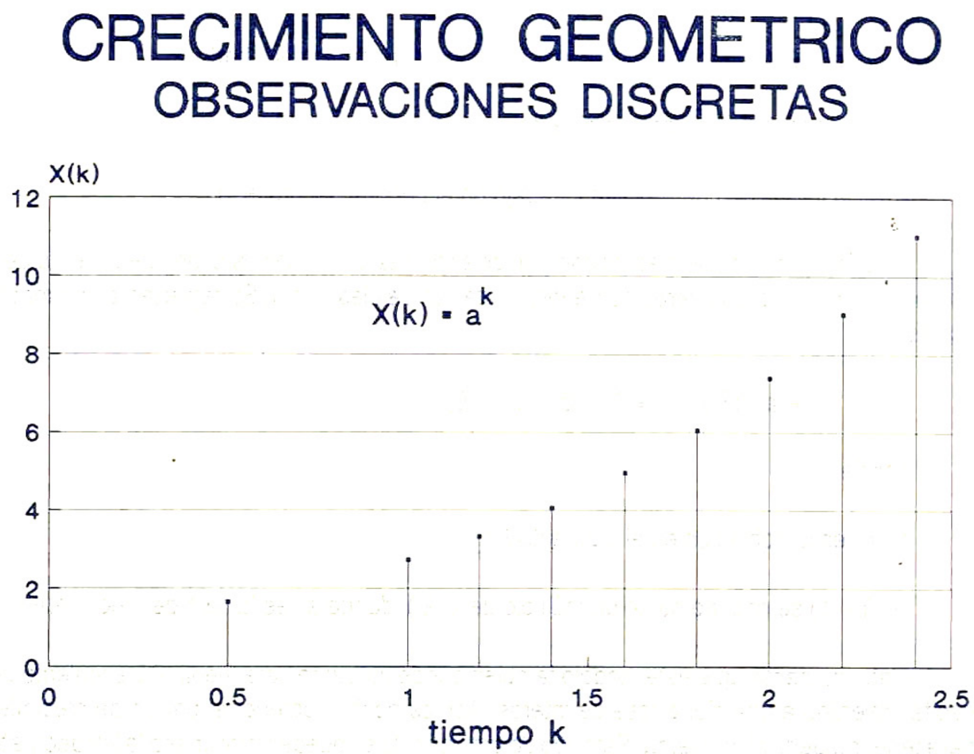


FIGURA 3

La representación de este modelo de crecimiento es un caso particular de una ecuación en diferencias y su uso se da en modelos que se conocen como discretos, pues el tipo de observaciones y mediciones son hechas en tiempos preestablecidos. A la tasa de crecimiento a se le denomina parámetro del modelo.

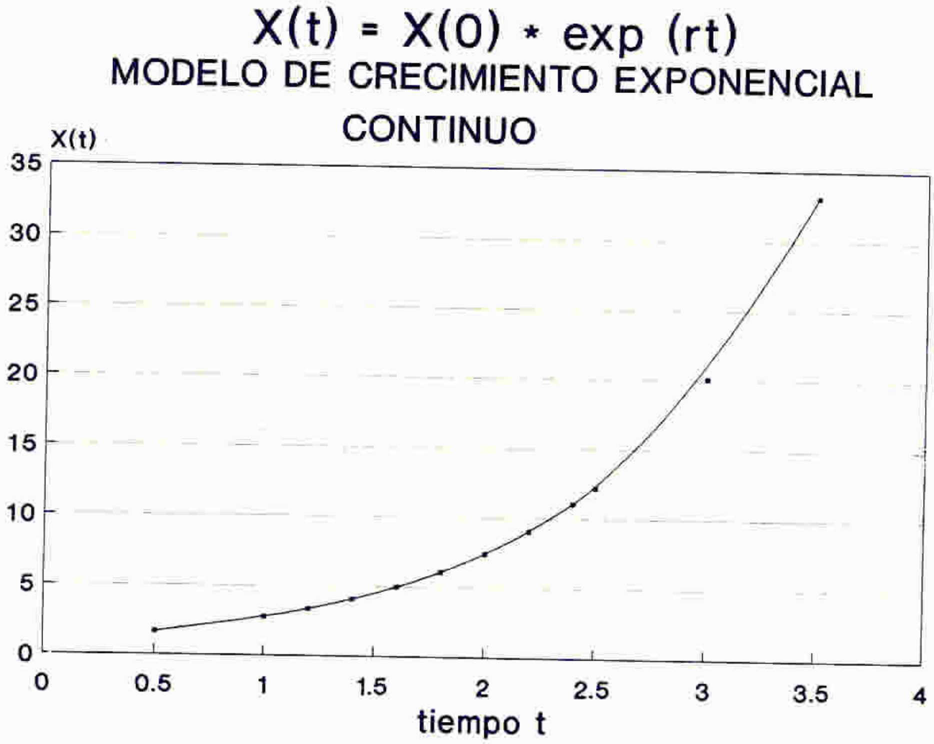
Si lo que se tiene es la tasa de crecimiento, y la población en un instante t, es posible recurrir a la representación continua del modelo, cuya ecuación, ahora diferencial, será:

$$\frac{d\,x(t)}{dt} = r\,x(t)\,; \quad r > 0 \qquad (7)$$

que nos da la rapidez de crecimiento, y cuya solución es:

$$x(t) = x(0)\,e^{rt} \qquad (8)$$

cuya representación gráfica es:



Gráficas y expertos

Después de esbozar intuitivamente la importancia que los sistemas dinámicos pueden tener para el estudio de ciertos fenómenos sociales, pasaremos ahora a hablar de la representación del conocimiento, mediante el uso de la teoría de gráficas, para posteriormente siguiendo la metodología de inteligencia artificial, describir en términos generales la construcción de un sistema experto cuya finalidad será permitir a los investigadores sociales disponer de una herramienta computacional poderosa y de manejo simple que les sea útil como guía para el estudio de los sistemas dinámicos.

La teoría de gráficas es una rama de las matemáticas que estudia objetos llamados gráficas, compuestos por puntos y líneas que los unen. Como los puntos pueden representar entes u objetos cualesquiera y las líneas, las relaciones entre éstos, su aplicación es cada vez más diversa,. Una aplicación de esta teoría es precisamente la representación esquemática de la estructura del conocimiento.

Definición: "*Una gráfica G es un par ordenado de conjuntos (N,R) donde: N es un conjunto no vacío de puntos llamados nodos*[1] *y R es un conjunto de líneas que unen pares de nodos, llamadas aristas*".[2]

Si los lados o aristas están dados por pares ordenados (a,b) de nodos, se dice que G en una gráfica dirigida; en este caso a es el nodo inicial y b el nodo final del segmento dirigido correspondiente. En el caso contrario se dice que la gráfica es no dirigida.

Una forma usual de representar los lados de una gráfica:

FIGURA 5

1 Los puntos de una gráfica se pueden llamar vértices o nodos, en este trabajo los denominaremos nodos.

2 A las líneas de una gráfica se les denomina lados o aristas, en este trabajo usaremos ambos vocablos.

Algunos ejemplos de gráficas:

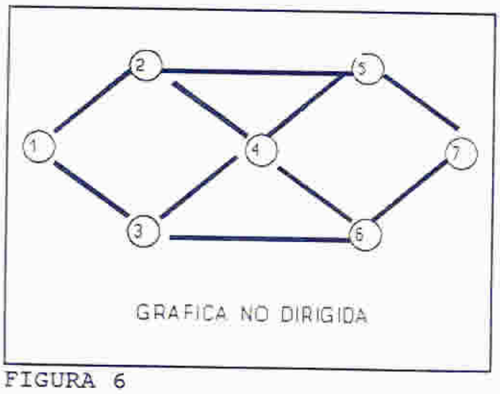


FIGURA 6

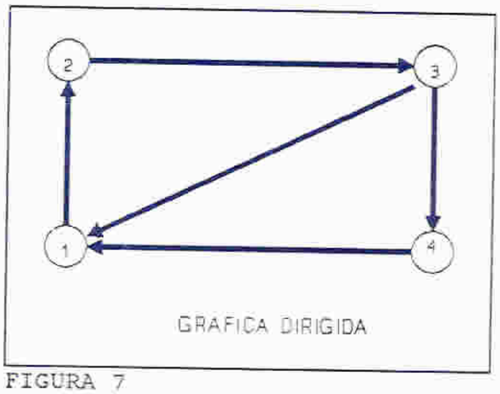


FIGURA 7

Planex(N, R)[3] es la gráfica que representa estructuralmente el conocimiento de un sistema dinámico, donde N consta de 6 nodos, llamados: Pcp, Dcp, Clf, Red, Cnk y Frm; cada uno representa diversas etapas del conocimiento, y R el conjunto de 11 aristas dirigidas; PaD, PaC, PaR, Dac, DaR, CaR, CaK, CaF, RaK, RaF y CaF (figura 8).

En cada nodo se va cumpliendo una etapa del conocimiento, y en la gráfica se pueden delimitar dos zonas: la compuesta por los nodos Pcp , Dcp y Clf constituye la parte empírica, mientras que la compuesta por Rel, Cnk y Frm la parte teórica del conocimiento. Para comprender esto veamos el significado de cada nodo.

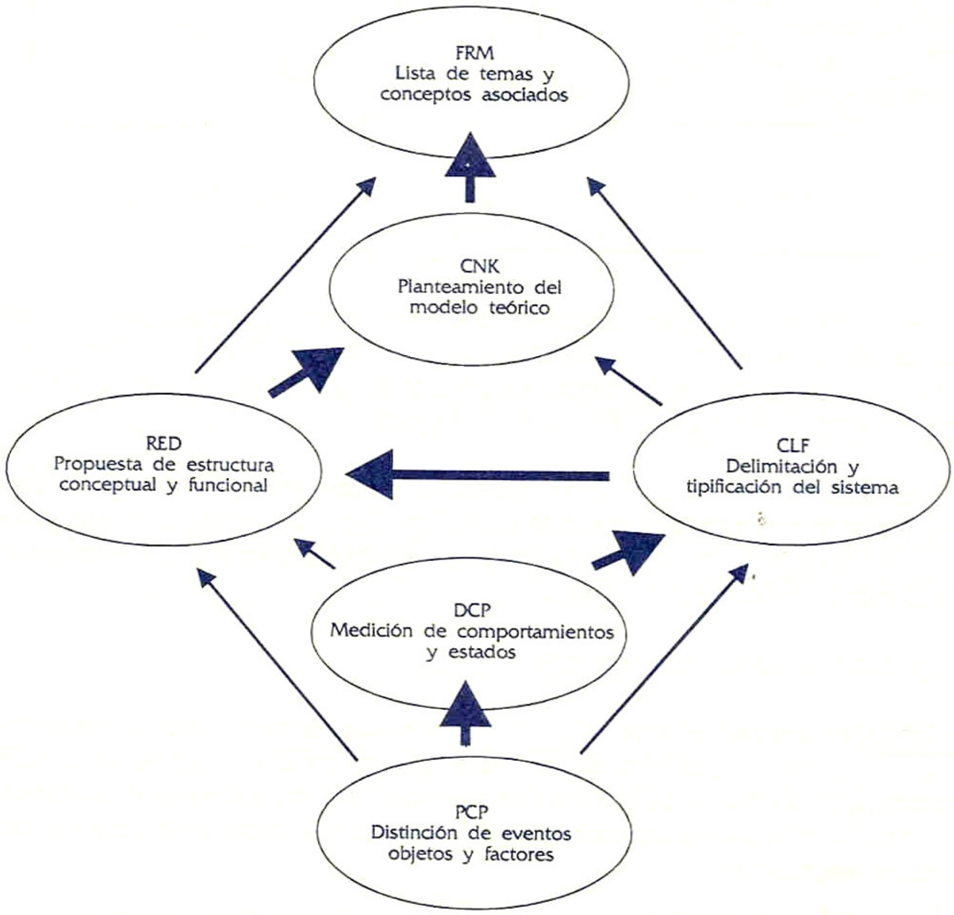
Interpretaciones de los nodos (figura 8)

En el nodo Pcp, o nodo de percepción, se establece la percepción del movimiento en el fenómeno en estudio, identificando el o los objetos susceptibles de cambiar de estado; en el caso de crecimiento, serian la población humana o un cultivo bacteriano, o el monto de un capital. El cambio se detecta mediante una carta censal, por observaciones microscópicas o por un estado financiero, respectivamente.

En el nodo de descripción Dcp, se describe el comportamiento en términos de incrementos valuados a partir de medidas elegidas adecuadamente; y con apoyo de histogramas, estadísticas y medidas de tendencia central. Los datos se encuentran en los informes censales, para el caso de la población humana y para los otros ejemplos se pueden obtener a partir de las mediciones hechas mediante diversas observaciones.

[3] La gráfica que estamos trabajando es formalmente una digráfica, pues sus ramas o aristas se encuentran dirigidas.

GRAFO PLANEX
Representación estructurada del conocimiento de sistemas dinámicos



En el nodo clasificación Clf, se maneja en clases mutuamente excluyentes, el tipo de comportamiento del fenómeno. Se tienen las siguientes clases o categorías:

Con respecto al tipo de modelo que se usará para representarlo:

— La que comprende los fenómenos que corresponden a modelos discretos con relación a la variable tiempo o la de los que corresponden a modelos continuos.

En cuanto al tipo de movimiento, se tienen las clases:

— La de los fenómenos que presentan regularidad en el cambio, por ejemplo el caso del crecimiento poblacional y la de los que presentan cambios bruscos, como es el caso de la propagación de las epidemias.

Si la clasificación se hace en términos del tipo de parámetros, se tiene:

— La clase que corresponde a modelos con parámetros constantes, como en los casos de crecimiento discreto:

$$x(k+1) = a\,x(k); \quad k = 0, 1, 2, \ldots \qquad (9)$$

donde la constante a es el parámetro que indica la tasa de crecimiento o en el caso continuo:

$$\frac{dx(t)}{dt} = r\,x(t)\,; \quad r > 0 \qquad (10)$$

donde r es el parámetro que representa la razón o tasa de crecimiento constante.

— La correspondiente a modelos cuyos parámetros varían en el tiempo, como el caso de tasas de descuento o de interés en la bolsa de valores, o bien el de incremento de una epidemia.

— La clase de fenómenos que corresponden a modelos de población donde se registran cambios bruscos y que se refleja en los parámetros, como ocurre en un modelo del tipo:

$$x_{n+1} = b\,(x_n - x^2{}_n) \qquad (11)$$

donde hay ciertos valores del parámetro b, para los que hay regularidad y otros donde se observan cambios inesperados.

En el nodo Red, llamado de relación, se propone una estructura conceptual y funcional del fenómeno; se empieza a abstraer y a introducir conceptos teóricos; así por ejemplo, si el fenómeno presentó regularidad en sus cambios, las observaciones fueron hechas en períodos preestablecidos y sus parámetros dieron lugar a una clasificación de modelo de parámetros constantes, se puede concluir que conviene utilizar un modelo lineal, discreto y con parámetros constantes.

En el nodo Cnk de concatenación se formaliza el modelo, y se presentan las expresiones matemáticas que son utilizadas por la teoría de los sistemas dinámicos. De este modo, supongamos que en el nodo Red se tienen los conceptos: de relación lineal, inferido tanto del nodo de clasificación como del de descripción; discreto, que se estableció a partir de percepción (observaciones preestablecidas), y parámetros constantes, inferido fundamentalmente de la descripción. Entonces en concatenación se presentará la siguiente ecuación:

$$x(k+1) = a\,x(k); \quad k = 0, 1, 2, \ldots \qquad (12)$$

Este modelo representa un sistema dinámico, dado por una ecuación en diferencias pues corresponde a un modelo discreto, de primer orden, lineal, homogéneo y con parámetro constante a, tiene solución explícita y comportamiento creciente no acotado.

En el nodo Frm, con el modelo dado en concatenación se sugiere dar una lista estructurada de materias, conceptos o resultados teóricos que será conveniente estudiar para abordar el análisis, interpretación y resolución del modelo. Así por ejemplo si en este nodo se logró obtener un modelo del siguiente tipo:

$$x_{n+1} = b\,(x_n - x^2_n) \qquad (13)$$

Se establece que el comportamiento del modelo requiere un análisis delicado para distintos valores del parámetro b y existe una teoría rica relacionada a ello.[4]

Cuando se ha llegado a este nivel de conocimiento acerca de la dinámica del sistema, el estudio de los temas propuestos tendrá el objetivo de manipular el modelo y resolverlo —si ello es posible—; analizar y comprender aún mejor el fenómeno en estudio vía la interpretación de los resultados contextualizados y por otro lado se habrá aprendido a manejar un modelo en forma general, es decir que no sólo se está resolviendo un problema particular sino una clase de ellos que son susceptibles de modelarse de la misma forma.

Interpretación de las aristas del grafo Planex

Los nodos representan hechos consumados y las aristas que los unen, son las acciones o inferencias que determinan tales hechos.

[4] Falconi, Pulido. ***Notas al curso de A. N. Sherkovski***, México, Vínculos Matemáticos, 1985.

En la arista que va de Pcp a Dcp(PaD), se eligen las unidades e instrumentos de medida, se hacen las medidas, estadísticas y gráficas de histogramas para ser presentadas en Dcp.

En la arista PaC se determinan las clases que se usarán en clasificación tomando en cuenta las percepciones u observaciones.

En la arista DaC se determinan las clases que se usarán en la clasificación tomando en cuenta las descripciones. Podríamos hacer exhaustiva la explicación, pero ni es el lugar apropiado ni queremos cansar al lector.

Otras estructuras importantes de las gráficas son las trayectorias, los árboles y los circuitos.

Una trayectoria es una secuencia de aristas de la forma $(n_1,n_2,)$, ...,(n_{k-1},n_k) y se dice que la trayectoria va de n_1 a n_k y es de longitud k-1. También es usual representar la trayectoria por la secuencia de nodos $n_1,\ldots,n_k$.

Las trayectorias nos dan lo caminos posibles e ideales para la formación del conocimiento, pues representan los órdenes de inferencia lógica. Es decir, dados ciertos hechos en Pcp, se infiere Dcp y a su vez se infiere Red; en la trayectoria Pcp, Dcp, Red. También la inferencia se puede ver como que Red es inferido de Dcp y ésta a su vez de Pcp; ejemplos de otras trayectorias son: Clf,Cnk, Frm; Dcp, Clf, Cnk Frm; etc. El "cálculo" lógico de estas trayectorias se efectúa computacionalmente

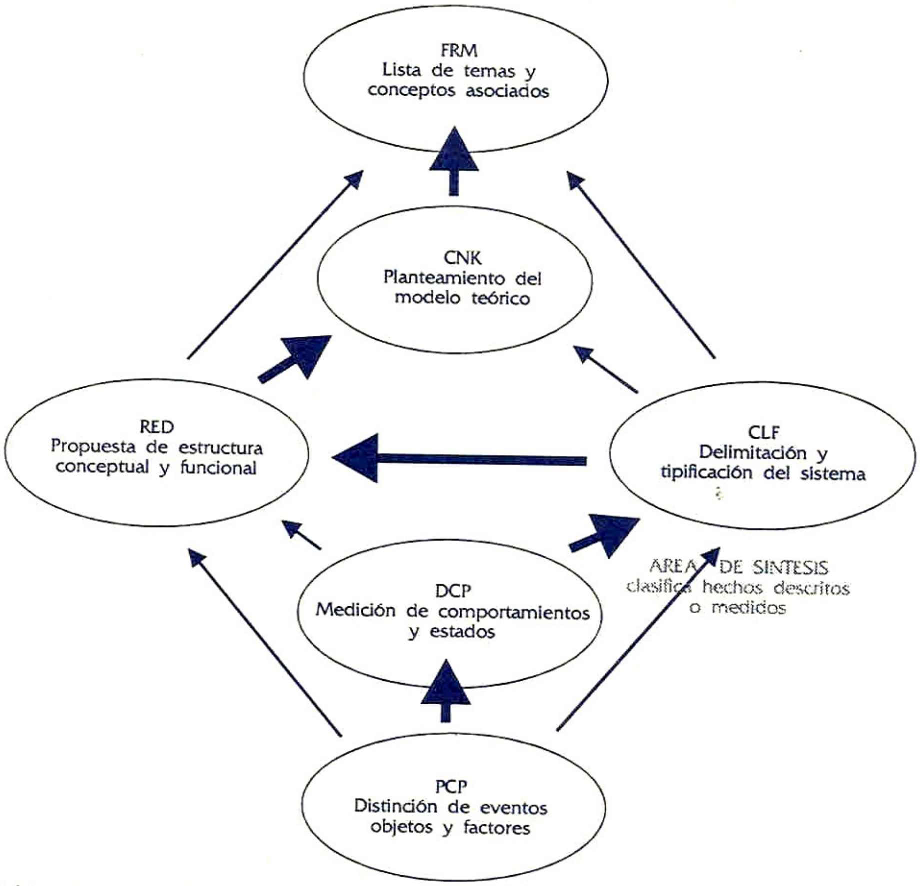
Los circuitos son trayectorias cerradas es decir tienen el mismo nodo inicial y final; estas estructuras son muy importantes pues representan áreas de síntesis.

Analizando una sola de las áreas de síntesis, la formada por los nodos Pcp, Dcp y Clf, (figura 9) que clasifica hechos descritos o medidos se puede decir, por ejemplo, que en el caso del estudio del problema de crecimiento, los hechos pueden ser: el objeto que crece (población humana, bactereológica o celular, un monto de dinero, etc.); la regularidad en la forma de crecimiento, la observación de que éste siempre es creciente o decreciente; la existencia de un factor externo o no, que provoque aumento o disminución de la población, la descripción de medidas como los incrementos de la población, las tasas de crecimiento. De este modo es posible hacer clasificaciones de conjuntos de fenómenos cuyo comportamiento presenta regularidad o no, cuyas tasas sean constantes o no, y que en general son o no perturbados por factores externos.

Otro concepto importante es el de árbol de expansión. Un árbol de expansión de una gráfica G con n nodos es una subgráfica que conecta a todos los nodos sin formar circuitos; por lo tanto tiene n-1 aristas.

GRAFO PLANEX

circuito formado por las aristas que unen a los nodos: Pcp, Dcp, Clf.

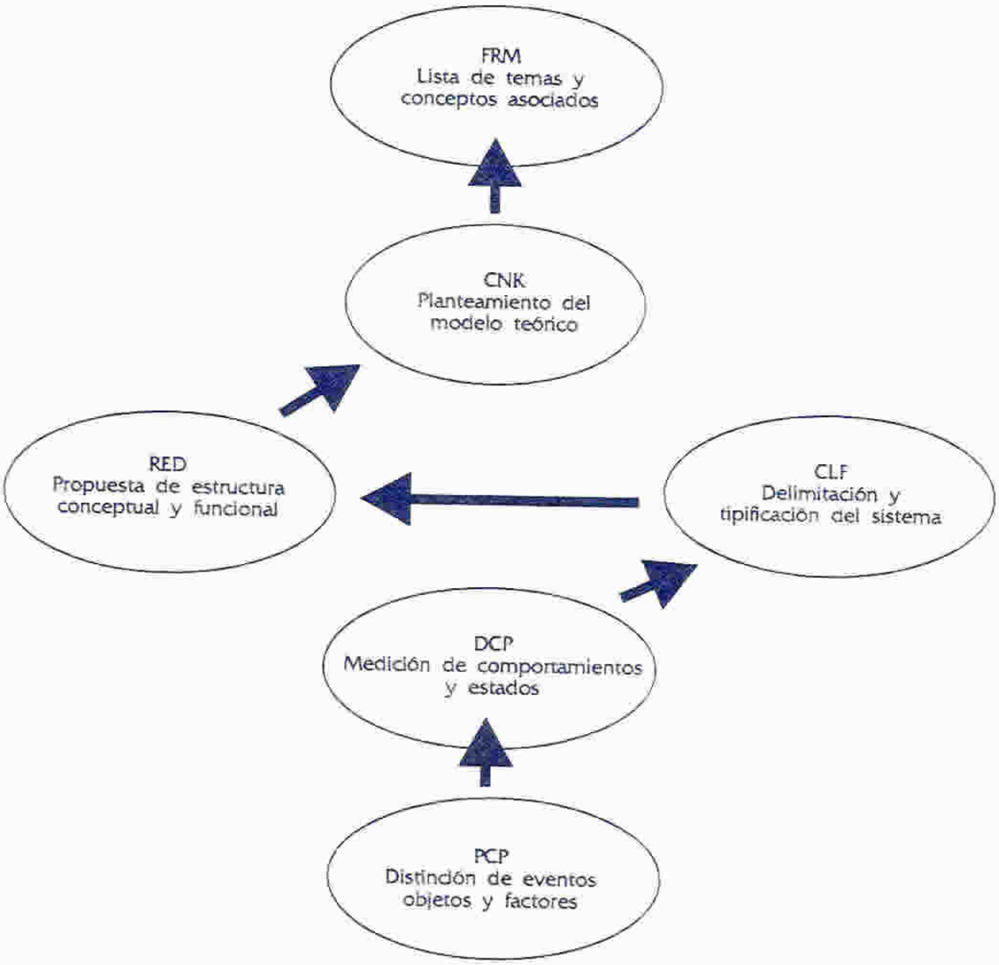


El árbol de expansión de nuestra gráfica Planex es: Pcp, Dcp, Clf, Red, Cnk, Frm; y las aristas de este árbol se denominan troncales [5] (figura 11) y representan el camino ideal para la construcción del conocimiento.

Esta discusión y ejemplificación de cómo representar el conocimiento es la parte conceptual, es la primera fase que un ingeniero del conocimiento debiera abordar, consultando a los expertos del tema.

[5] Esta terminología es introducida por el Dr. Javier Salazar Resines.

ARBOL DE EXPANSION DEL GRAFO PLANEX
Representación estructurada del conocimiento de sistemas dinámicos



La segunda fase consiste en la utilización del acervo computacional en el desarrollo de programas o en la aplicación de los ya desarrollados. El puente que se establece entre el lenguaje común y el computacional se deriva de las diferentes representaciones isomórficas de cada una de las estructuras de teoría de gráficas; así el grafo Planex y sus componentes nodos, aristas, trayectorias y circuitos tienen una representación matricial; por ejemplo todos los circuitos están representados en la matriz.

Cuadro 1
Matriz de circuitos

	P	P	D	C	C	R	P	D	C	R	K
	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a
	C	R	R	K	F	F	D	C	R	K	F
c1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
c2	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0
c3	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
c4	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
c5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
c6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1

Esta estructura matricial contiene todos los posibles circuitos (c_j=1,2,...,6) del grafo, por ejemplo el circuito c2 tiene las aristas PaR, PaD, DaC, y CaR. Resulta importante decir que todas estas estructuras son calculadas por programas computacionales.

También es posible tener representaciones a través de diagramas de Venn. En la figura 11 se presenta uno en forma reticular, con celdas numeradas del 0 al 63, algunas de sus celdas tienen correspondencia con el grafo Planex a partir de la siguiente función sobre los nodos:

$$f(P, D, C, R, K, F) = \sum_{k=0}^{5} (0 \text{ o } 1) \cdot 2^{k} \qquad (14)$$

Se toma 1 si el nodo pertenece a la región del diagrama de Venn o estructura gráfica, y 0 en caso contrario.

Por ejemplo, el nodo de formulación está dado por:

$$f(0,0,0,0,0,1) = 0x2^5 + 0x2^4 + 0x2^3 + 0x2^2 + 0x2^1 + 0x2^0$$

$$= 1 \text{ (celda número 1)}$$

La trayectoria Pcp a Dcp a Clf está dada por:

Diagrama de Venn

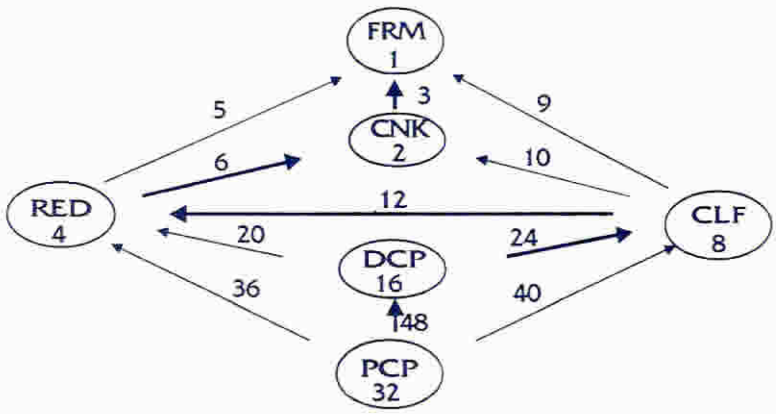
R	K	F	7	15	23	31	39	47	55	63
		-F	6	14	22	30	38	46	54	62
	-K	F	5	13	21	29	37	45	53	61
		-F	4	12	20	28	36	44	52	60
-R	K	F	3	11	19	27	35	43	51	59
		-F	2	10	18	26	34	42	50	58
	-K	F	1	9	17	25	33	41	49	57
		-F	0	8	16	24	32	40	48	56
			-C	C	-C	C	-C	C	-C	C
			-D		D		-D		D	
			-P				P			

Nodos del grafo

Ramas que no aparecen en el grafo

Ramas troncales

Cuerdas del grafo



$$f(1,1,1,0,0,0) = 1x2^5 + 1x2^4 + 1x2^3 + 0x2^2 + 0x2^1 + 0\,x2^0$$

$$= 56 \text{ (celda número 56)}$$

Con esta regla de correspondencia se presentan otros ejemplos:

Cuadro 2

Función binaria	Celda en Venn	Interpretación
(0,0,0,0,1,0)	2	nodo Cnk
(0,0,1,0,0,1)	9	arista cuerda Clf a Frm
(0,1,1,0,0,0)	24	arista troncal Dcp a Clf
(1,1,1,1,1,1)	63	árbol de expansión

Estas representaciones con unos y ceros nos explican intuitivamente cómo objetos simbólicos del tipo concepto, por ejemplo, pueden ser operados computacionalmente mediante lenguajes como el Prolog (Programación lógica) utilizado en el desarrollo de programas para la operación de la representación del conocimiento. El trabajo computacional realizado con base en lo anterior deberá producir un programa que permita un fácil manejo del problema e informe al usuario del acervo matemático que deberá consultar para su modelación y manejo. Estos programas, conocidos como sistemas expertos[6] empiezan a introducirse cada vez con mayor éxito en distintos campos: la medicina, las finanzas, etc., y aunque en la actualidad se enfrentan a ciertas limitaciones (el volumen de información en la base de conocimiento, por ejemplo), la investigación en este campo continúa desarrollándose con gran fuerza.

Comentario final

Esperamos haber mostrado que disciplinas como las matemáticas, la computación y la lógica pueden conjuntarse para producir herramientas de utilidad , en particular para los científicos sociales.

Sin pretender presentarla como una panacea, sí creemos que la vía aquí esbozada representa una alternativa interesante para la comprensión de una clase amplia de problemas sociales.

6 Recordemos que los elementos centrales en la construcción de un sistema experto son: 1) La construcción de una base de conocimientos acerca del problema de estudio; 2) Un módulo de inferencia lógica para el manejo de esta base. La implantación computacional del manejo lógico de la base de conocimientos nos produce el sistema experto.

Bibliografía

Bondy, J. A. & Murty U. S. R. ***Graph Theory with Applications***, Hong Kong, The Macmillan Press Ltd, 1978.

Forsyth, Richard. ***Expert Systems, Principles and Case Studies***, USA, Chapman and Hall.

Hirsch, Morris W. and Smale Stephen Smale. ***Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra***, New York, 1974.

Luenberger, David G. ***Introduction to Dynamic Systems: Theory, Models and Aplications***, USA, John Wiley & Sons, 1979.

Mess, A. I. ***Dynamics of Feedback Systems***, USA, 1981.

Pulido, Falconi. ***Notas al curso de A. N. Sherkovski***, México, Vínculos Matemáticos, 1985.

Salazar Resines, Javier. ***Enfoque de sistemas en la educación: teoría de gráficas***, México, Limusa, 1979.

Salazar Resines, Javier. ***Lógica y expertos***, México, UAM-ANUIES, 1990.

Peñalva, Laura e Irene Sánchez Guevara. ***Representación del conocimiento para el estudio de sistemas dinámicos en modelación estructurada del conocimiento en ciencias sociales***, México, UAM Xochimilco, 1993.

Rich, Elaine. ***Artificial Intelligence***,Singapure, Mc Graw- Hill, 1983.