

Irene Sánchez Guevara\*

Ana Elena Narro Ramírez\*

*El desarrollo matemático en diez siglos de medioevo se enfrenta al gran muro de la fe. Fue gracias al trabajo de traducción y difusión de los árabes que se preservó y difundió el conocimiento generado por las culturas árabe, griega, hindú y china; así como a la ardua labor de traducción y escritura que se realizó en la vida monástica. Este desarrollo fue precario y sólo resolvió básicamente necesidades mercantiles, de conteo de fechas religiosas, de navegación. Precisamente un comerciante que devino en matemático, Fibonacci, hizo las aportaciones más relevantes. El presente artículo hace un breve recuento histórico de los matemáticos medievales más importantes, con sus aportaciones, y muestra la patente relación entre la ciencia y las necesidades sociales.*

## Introducción

Es notable la forma en que se comportan la mayor parte de las actividades humanas, ¿o es el poder el que varía?, Siempre a una época de esplendor sigue una de oscuridad, como la noche al día; entonces, ¿se deberá a la propia naturaleza?

La Edad Media, o época medieval, abarca desde la caída del Imperio Romano hasta comienzos de la Edad Moderna, en el siglo xv. La fecha que se señala con más frecuencia como su comienzo es el año 476, en el que fue destronado el último emperador romano, y su final se sitúa en 1453, fecha en la que los turcos se apoderaron de Constantinopla, capital del Imperio Oriente.

¿Por qué Edad Media? El tiempo sigue corriendo y esta división en Edad Antigua, Media y Moderna pierde vigencia, lo que en el siglo xvi era moderno hoy, siglo xxi, se considera antiguo, entonces parece más adecuado el contraste entre luz y oscuridad, pero ¿qué da la luz, la razón?

La Edad Media presenció el triunfo del cristianismo sobre la Europa pagana. Vio el nacimiento, el poderío y la decadencia de los papas. En esa era apareció y desapareció el feudalismo. Los bárbaros teutones y los civilizados romanos se fundieron en una sociedad poderosa.

Fue la edad de la caballería. Los caballeros eran a la vez idealistas y crueles, expresaban sus creencias nobles y románticas en forma elegante y delicada, pero trataban inhumanamente a sus siervos. Fue una edad de fe ciega. En aquellos tiempos se presentó una larga lucha entre el mahometanismo y el cristianismo, que desembocó en las Cruzadas, evento que convergió en el renacimiento del saber, aunque éste se dio a pesar de las cruzadas. Al respecto, Carl B. Boyer dice: "No es fácil decir si las Cruzadas religiosas tuvieron una influencia positiva en la transmisión del saber pero lo más probable es que vinieran a destruir los pocos canales de comunicación existentes más que a facilitarlos."

Una característica notable del medioevo fueron las estrechas relaciones entre la religión y la política. No sólo la

Iglesia y el Estado estaban fuertemente vinculados, sino en ocasiones la Iglesia era el Estado. Situación que ahora añora la Iglesia y hace esfuerzos por recuperar. El vínculo entre ambas esferas no siempre fue armonioso, durante siglos papas y emperadores tuvieron enconadas luchas por la supremacía. La decadencia del poder papal fue uno de los acontecimientos que señalaron el fin de la Edad Media.

Esa época se conoce como la "Edad de Oro de la Fe", ya que toda Europa mostró un profundo espíritu religioso, y fue en los monasterios en donde se concentró el saber y la cultura; casi todos los grandes sabios eran monjes o clérigos; al menos en el cristianismo, esta situación ha cambiado notablemente, algunos de sus representantes destacan por su poca visión e ignorancia. Por la cerrazón de la razón y la intransigencia reinante, esta época también es conocida como "de la Ignorancia" o del "Oscurantismo".

La ciencia no hizo grandes progresos durante el medioevo, pero tuvieron lugar varios sucesos de importancia. La mayor parte de la literatura trata de hazañas caballerescas y batallas, muchos de esos relatos hablan del rey Arturo y sus Caballeros de la Tabla Redonda. La arquitectura tuvo su expresión más plena en la magnífica catedral gótica y sus maravillosos vitrales policromos. El comercio moderno empezó cuando Marco Polo regresó de China y maravilló a los europeos con sus descripciones de las riquezas de Oriente. Los mercaderes y los príncipes competían entre sí en busca de nuevas rutas marítimas.

Quizá la hazaña de mayor trascendencia fue la invención de uno de los instrumentos más decisivos de la historia, la imprenta de caracteres móviles debida a Johannes Gutenberg (1394-1468). Este gran invento puso el saber al alcance de muchos; gracias a él la ciencia, la cultura y la comunicación recibieron un gran impulso. Además de su repercusión permaneció en uso, sin sufrir alguna modificación fundamental durante cinco siglos. Con ella surgió el pensamiento científico, cambio que señaló los comienzos de la Edad Moderna. En la actualidad la comunicación es maravillosamente eficiente: ¿esto nos llevará a un nuevo resurgimiento?

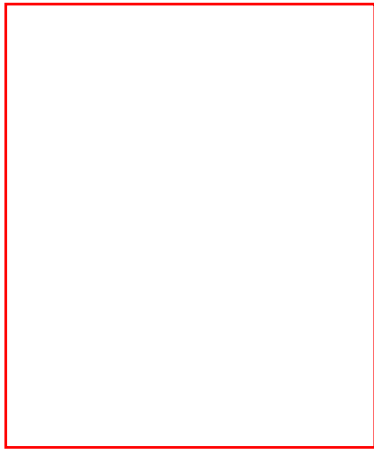
Johannes Gensfleisch zur Laden, llamado Gutenberg por uno de los apellidos de su madre, nació en Meins, Alemania, en el seno de una familia de la aristocracia. Aunque no se sabe mucho de él antes de su invento, se dedicó a la orfebrería. En 1428, debido a las luchas entre los artesanos y los aristócratas abandonó Meins y se estableció en Estrasburgo, donde talló piedras preciosas, fabricó espejos y enseñó las técnicas de la orfebrería. Tomando como modelo una prensa de vino, construyó la primera imprenta completa que incluía la elaboración de las matrices, la fundición de los caracteres o tipos, la composición tipográfica de los textos y la impresión. Sin embargo, la imprenta ya se conocía en Oriente, en China, y el texto más antiguo que se conserva fue impreso con letras en altorrelieve y data del año 868. En Corea se conoció también la imprenta, pero ésta no llegó a Occidente sino hasta el siglo xvi y era muy diferente a la de Oriente. En Europa también se conocía la técnica de grabado, se modelaban las letras en madera, se ordenaban, entintaban y estampaban en papel. Los holandeses creen que el verdadero inventor de la imprenta fue su coterráneo Laurens Janszoon, pero todo indica que sólo fue quien introdujo la tipología móvil hacia 1440.

En este artículo se presenta un breve recuento histórico de los logros matemáticos y las condiciones en que éstos se dieron en la Edad Media. Es un esfuerzo por poner al alcance de las personas alejadas de las matemáticas los avances que éstas tuvieron en esa época y, asimismo, probar la hipótesis de que su nivel de desarrollo depende del contexto político, económico y religioso, y primordialmente de las necesidades que la sociedad en su conjunto y desde diversas aristas plantea para ser resuelto con esta ciencia, y de esta manera clarificar la existencia de una liga permanente entre las matemáticas y la realidad.

## Antecedentes

Los griegos destacaron fundamentalmente en la Edad Antigua, "Edad de Oro de la Matemática Griega", a la cual pertenecen autores tan importantes como Euclides, Arquímedes y Apolonio. Pero los matemáticos del final de este periodo y principio del oscurantismo sólo reunieron información de los autores anteriores, agregando críticas y comentarios, como Pappus con su "Colección matemática" y Proclo de Bizancio, con "Comentario a los Elementos de Euclides". Los avances logrados por los griegos fueron tales que aún están vigentes en su mayoría, y el Renacimiento se inició con la difusión de estos conocimientos.

## **La matemática durante el medioevo**



### *La matemática medieval en el Occidente*

En el mundo romano, la matemática no tuvo cabida, por lo menos en el sentido griego, de manera que el oscurantismo de la Edad Media, para la matemática, se inicia con el apogeo del Imperio romano y su dominación al Imperio griego. En esta transición destaca el hecho de que uno de los últimos matemáticos griegos fue una mujer, considerada por los historiadores como la primer matemática (hasta en este aspecto era avanzado el pueblo griego). Hypatia, o Hipitia (370, 415) cuyo talento y preparación eran envidiados por sus colegas masculinos de

Alejandría. Ella representó una contradicción al modo de pensar de los romanos. Murió trágicamente a manos de Cirilo, patriarca de Alejandría, quien la asesinó de manera brutal, "lapidó y descuartizó con conchas de ostión a la docta Hipitia (370-415)". Su muerte simboliza el fin de la ciencia y matemática paganas y el comienzo de una era de fe. Al imperio romano lo único que le interesaba era propagar la fe y las buenas costumbres. El nivel de matemáticas que manejaban era bastante elemental, utilizaban un sistema numérico que aún se usa para señalar fechas, siglos, capítulos de libros, enumerar las páginas del prólogo, etcétera, poco adecuado para efectuar operaciones numéricas.

### *Aporte oriental*

El aporte oriental a la matemática durante el primer milenio de nuestra era proviene de tres centros culturales: China, India y Arabia. Es interesante destacar la forma en que han evolucionado estos países, en la actualidad están lejos de ser los centros de cultura que fueron en aquellos tiempos, ¿qué se requerirá para retomar ese papel?

La matemática china es la que ejerció menor influencia en aquella época. De los documentos existentes se desprende que la matemática china no difiere de la de los antiguos pueblos orientales: un sistema de numeración, el empleo del ábaco, el conocimiento del teorema de Pitágoras, fórmulas para áreas y volúmenes de figuras simples, y una colección de problemas de aritmética y geometría de interés muy dispar.

A la matemática hindú se le deben aportes originales e importantes. Los textos matemáticos se encuentran escritos en verso y redactados en un lenguaje confuso y místico, vinculados con cuestiones astronómicas y religiosas, sin demostraciones, y sólo con ejemplos numéricos, con mayor manejo de los números que de las figuras, razón por la que sus contribuciones más importantes se ubican en la aritmética, el álgebra y la trigonometría. A pesar de que sus obras más antiguas están vinculadas a la geometría, reglas para la construcción de altares destinados a los sacrificios, para la construcción de cuadrados y rectángulos, ésta ya no se incluye en obras posteriores. Los escritos más antiguos de este periodo son de carácter astronómico y de clara influencia griega, su importancia matemática reside en el hecho de que en esas obras aparecen por primera vez algunas de las hoy llamadas funciones circulares. Entre los autores que destacaron están Aryabhata, Brahmagupta y Bhaskara.

Aryabhata (siglo v), además de ocuparse de las funciones circulares, manejó funciones aritméticas y análisis indeterminado. Brahmagupta (del siglo VII) también trabajó el análisis indeterminado y estudió las propiedades del cuadrilátero inscriptible.



El álgebra de los hindúes es inicialmente retórica, sin símbolos ni abreviaturas, pero en obras posteriores hacen su aparición cierto simbolismo y el uso de iniciales, que le confieren el aspecto de álgebra sincopada (etapa intermedia entre el álgebra retórica y el álgebra simbólica actual). Entre las innovaciones del álgebra de los

hindúes se puede citar el uso de sílabas diferentes para indicar incógnitas distintas, la distinción entre números positivos y negativos, que interpretaban como créditos y débitos y, sobre todo, el uso del cero, no sólo como cifra numérica sino también como símbolo operatorio. En cuanto al sistema de numeración posicional usado por los hindúes en sus cálculos aritméticos y astronómicos, mediante el empleo de diez símbolos especiales que, modificados, constituyen nuestro sistema actual, su origen ha causado controversia, pero se descarta que el origen de estos símbolos sea árabe aunque se conocen como números arábigos, pues los árabes fungieron como transmisores y no como creadores. De la misma manera, se desecha el origen hindú del sistema posicional (ya lo usaban los sumerios y los mayas), pero el sistema posicional base 10 que dio lugar a nuestro sistema actual sí puede ser hindú antiguo, aunque también puede ser griego, creado por los neoplatónicos desterrados de Persia.

### *Aporte árabe*

El movimiento denominado islamismo, que se inicia en 622, desempeñó un papel importante en la ciencia durante el primer milenio de la era cristiana.

Cuando a mediados del siglo viii los árabes, que entonces dominaban la mayor parte del mundo civilizado, detuvieron sus conquistas bélicas y su expansión política, el contacto y las relaciones con los pueblos y regiones que habían sido centros culturales, unido a factores aportados por el mismo Islam como la tolerancia que, en general, los conquistadores demostraron hacia los habitantes de las regiones sometidas, contribuyeron a que a fines del siglo viii el mundo islámico se encontrara en posesión de los elementos necesarios para el desarrollo de una gran cultura que logró su mayor esplendor entre los siglos IX y XI.

La primera manifestación cultural de la actividad científica de los árabes son las traducciones al árabe de obras hindúes y griegas. Las primeras obras vinculadas con la matemática que se tradujeron al árabe fueron las obras hindúes del periodo astronómico, con las que probablemente los árabes entraron en contacto con las cifras hindúes. Tradujeron las obras de Euclides.

Arquímedes, Apolonio, Herón, Ptolomeo, Pappus, Diofanto. Con estas traducciones, los árabes se posesionaron de buena parte de las matemáticas griega e hindú; posesión que a partir del siglo ix empezó a dar frutos. Fueron grandes admiradores de la cultura griega, pero no tomaron de ella ni la igualdad de oportunidades ni el reconocimiento de la misma capacidad de las mujeres, faltas de las que aún adolecen.



## El nacimiento de la palabra álgebra

La primera figura destacada en la matemática árabe es Muhammad Musa Al-Khuwarizmi (780-850) que nació en Khiva, parte de Uzbek. Su obra muestra influencia de los hindúes, los griegos y hasta de los babilonios y, a su vez, influyó no sólo en la ciencia del Islam sino en la ciencia occidental cristiana posterior. A él se debe un libro de aritmética, *Al-jam' w'al-tafriq ib hisab al-hind*. (Adición y sustracción en aritmética hindú.) que contribuyó a la difusión en el mundo árabe de las cifras hindúes y del cero; este libro contiene las reglas de las cuatro operaciones con enteros fracciones y una serie de problemas, esto es, su "algoritmo", palabra derivada de su nombre. Pero su libro más importante, es el primer tratado algebraico: *Al-jabrwa'l muqabala*; este título originó el vocablo "álgebra". "Sobre el cálculo mediante la restauración y la reducción" es la traducción del nombre del libro.

Un contemporáneo de Al-Khuwarizmi fue Thabit b.Qurra, traductor e investigador, cuya principal contribución fue un método para encontrar números amigos; números cada uno de los cuales es la suma de los divisores del otro.

Hacia el año 900 apareció Abu-Kamil, que perfeccionó la obra de Al-Khuwarizmi. Es uno de los primeros matemáticos que trata algebráicamente los problemas geométricos. Pero en esa época no había matemáticos puros, eran más bien astrónomos, o manejaban diversas temáticas; en la actualidad esta amplitud de conocimiento ha tenido que ser sustituida por el trabajo en equipo. Entre los astrónomos árabes que influyeron en el progreso de la matemática se puede citar a Al-Mahani, que además de traducir las obras de Euclides y Arquímedes diseñó la ecuación algebraica del problema de Arquímedes de dividir una esfera en dos segmentos esféricos de razón dada. Por su parte, trabajaron en funciones circulares Al-Habash, Al-Battani, a fines del siglo IX, y Abu Al-Wafa de la segunda mitad del siglo x. También hicieron sus aportes a la matemática Al-Birininicon, respecto a la construcción de polígonos regulares y su tratamiento algebraico; Ibn Al-Haytan que se ocupó de distintas cuestiones aritméticas y geométricas vinculadas con la óptica, en especial, es el padre de la ecuación de cuarto grado del "problema óptico de Alhazen", cuya ecuación resolvió mediante la intersección de una circunferencia con una hipérbola.

Durante el siglo XI se distingue Omar-Khayyam con un estudio algebraico y geométrico de las ecuaciones de hasta tercer grado, y también reformó el calendario logrando una exactitud al menos igual a la del calendario gregoriano.

En el siglo XII la ciencia comienza a entrar en decadencia en el Oriente Islámico, pero en cambio el saber árabe culmina en la península Ibérica donde el movimiento cultural se había iniciado tardíamente, allí se distinguió Jabir Ibn Aflah, cuya contribución más importante fue la trigonometría esférica.

## El ambiente científico medieval



Durante la Edad Media, Europa se caracterizó por un notable desprecio para todo conocimiento científico y filosófico, esta actitud se subrayó en los siglos medianos de esta era, así, un teólogo del siglo IX, Pedro Damiano, lo hace evidente al expresar que el cuerpo humano es podredumbre y la filosofía es invento del diablo: "Platón escruta los secretos de la misteriosa naturaleza, fija los límites de las órbitas de los planetas y calcula la trayectoria de los astros: lo rechazo con desprecio. Pitágoras divide con latitudes la esfera terrestre: le hago muy poco caso [...] Euclides se inclina sobre los embrollados problemas de sus figuras geométricas: También lo mando a paseo." Este ambiente, como ya se hizo notar, explica el poco o nulo avance científico alcanzado.

En el mismo periodo, Europa Occidental alcanzó un buen nivel cultural; esta cultura estuvo dominada por la iglesia católica y sus enseñanzas que, aunque profundas, no favorecieron el estudio del mundo físico. El Dios cristiano gobernaba el universo y la finalidad del hombre era servirle y agradarle para que al morir alcanzara la gloria eterna, las condiciones de vida sobre la tierra no eran importantes, por lo que el interés por las matemáticas y la ciencia, que motivaron a los griegos en la época anterior, desaparecieron. Los intelectuales de Europa medieval eran devotos buscadores de verdades, pero las buscaban en la revelación y en el estudio de las escrituras, de aquí que los pensadores medievales no añadieran ninguna prueba al plan matemático de la naturaleza. Así, el fanatismo religioso detuvo el avance del saber. Aún en la actualidad, la iglesia parece mantener esta postura, sin embargo ya no se excomulga a quien maneja matemáticas.

Por fortuna también existieron personajes como el inglés Adelardo de Bath, quien tradujo del árabe al latín los elementos de Euclides. Se preocupó por un nuevo saber basado en la razón, razón contra la autoridad; expresó:

Yo en efecto he aprendido de mis maestros árabes a tomar la razón como guía; pero tú, sometido a los falsos pretextos de la autoridad, te dejas conducir con un roncal. ¿Qué nombre, en efecto podemos dar a la autoridad sino el de roncal? Lo mismo que los animales estúpidos se llevan en un roncal e ignoran donde y porque se les conduce, contentándose con ver y seguir la cuerda que los sujeta, así la mayoría de vosotros, prisioneros y encadenados por una credulidad animal, os dejáis conducir a creencias peligrosas [...] Por qué no comprendéis que la razón ha sido otorgada a cada individuo a fin de que pueda discernir lo verdadero de lo falso, utilizando la razón como juez supremo.

En esta edad de oro de la fe las aproximaciones a un pensamiento abstracto matemático estaban en las discusiones religiosas. Un ejemplo sugestivo de las creencias reinantes es la cita del arzobispo Hildeberto (siglo XI): "Dios está sobre todas las cosas, bajo todas las cosas, fuera de todo; dentro de todo; dentro pero no encerrado; fuera pero no extendido; encima pero no elevado; debajo pero no oprimido; completamente fuera, arrasando; completamente dentro, llenando."

## **El despertar matemático**

Como ya se ha mencionado, en la historia de las matemáticas como ciencia la Edad de Oro se centra en la Grecia antigua, en la que se lograron avances importantes. Esto declinó durante al principio del medioevo, la edad del oscurantismo (300 a C.- 1100 a C.), que se inició con el saqueo de Roma y la destrucción del conocimiento, excepto el que se preservó en los monasterios. Durante este periodo los avances en matemáticas fueron nulos, Kline sugiere que la razón de que no hubiera avances es que las personas en el poder estaban preocupadas sólo por la religión, mientras que el estancamiento del imperio romano se debió a las razones opuestas: su atención centrada en el mundo y los resultados prácticos (con esto se pone de relieve el nexo político y económico con el progreso matemático). En los últimos siglos de la Edad Media se alcanzaron algunos avances, los conocimientos

que habían sido olvidados se recuperaron y la educación fue introducida por la iglesia católica. Desafortunadamente la sociedad establecida estaba basada en las enseñanzas de la Iglesia y el legado de Roma, y puesto que estas entidades no estaban particularmente interesadas en las matemáticas, el progreso fue limitado (realce del nexo religioso).

Cuando a partir del siglo XI la cultura árabe comienza a mostrar signos de decadencia, el mundo cristiano despierta culturalmente, tanto en Oriente como en Occidente. En sus comienzos este proceso cultural fue estimulado y acelerado por la influencia árabe ejercida a través de las costas del Mediterráneo oriental durante las Cruzadas, en Sicilia y en España.

En este siglo se inició la traducción: un texto griego podía ser traducido primero al árabe antes de pasar al español y finalmente al latín. Esta actividad preservó y difundió la ciencia y las culturas griegas, hindú y árabe en el mundo occidental. El centro más activo de estas traducciones fue España, incluso hubo escuelas de traductores como la de Toledo, dirigida por Gerardo de Cremona durante el siglo xii, de la que se han catalogado no menos de 87 obras traducidas.



### *Nacimiento de las universidades*

Los monasterios en el medioevo se encargaron de la enseñanza, no sólo para formar monjes sino también se desarrollaron escuelas independientes; de hecho, Carlomagno apoyó el sistema educativo. Este sistema consistió en dos áreas: la literaria que comprendía la gramática, la retórica y la dialéctica, denominada *Trivium*; y la de carácter científico, denominada *Quadrivium*, la cual comprendía la aritmética, la geometría, la teoría musical y la astronomía.

En estas escuelas la enseñanza se impartía inicialmente de manera oral; con el auge de las traducciones, el libro se convierte en la base de la enseñanza, lo que da origen al profesor como el intelectual urbano de esa época, que está convencido de que los conocimientos se deben difundir. Es considerado un "artesano del saber", y la escuela es "un taller donde se producen las ideas como mercancías".

En ese momento surge la universidad propiamente dicha, como una organización corporativa, en donde estudiantes y profesores defienden sus intereses contra los poderes eclesiásticos y laicos; este tipo de escuelas devendría en centros de estudio de carácter puramente científico.

En el mundo occidental, el despertar matemático se inicia hacia finales de la época medieval (v-xv), en el siglo xiii, en la denominada Baja Edad Media, con la obra de Leonardo de Pisa o Leonardo Pisano, conocido como Fibonacci, a quien se le dedica una sección especial en este trabajo.

Desde el siglo xiv hasta el xvi, fecha en la que la matemática inicia la nueva era, la labor matemática se concreta en completar y perfeccionar la aritmética, el álgebra y la trigonometría. Los progresos fueron escasos. La figura más importante del siglo xiv es la de Nicolás Oresme, que presenta en sus obras la representación gráfica de funciones y fenómenos de una variable.

En el siglo XV (último siglo de la Edad Media), es importante citar a Georg Peurbach y su discípulo Johannes Müller quienes hacen progresos en trigonometría, y escriben el primer tratado de trigonometría en latín con influencia perdurable.

## Fibonacci. Un matemático relevante de la Edad Media

Leonardo de Pisa (1170-1240), mejor conocido como Fibonacci (hijo de Bonacci), nace en Pisa, Italia. Su padre Guillermo Bonacci, un secretario de la república de Pisa, preocupado por la educación de su hijo en aspectos del comercio y en técnicas de cálculo con el uso de los números hindú-arábigos, y debido a que viajan por Egipto, Siria y Grecia induce a que adquiera su instrucción en Bujía con un maestro musulmán. Fibonacci fue el matemático más relevante de la Alta Edad Media, quien apreció el método algorítmico introducido por los árabes e hindúes.

Al contrario de los abaquistas que hacían sus cálculos de manera muy rudimentaria, Fibonacci utilizó los procedimientos que hasta hoy se conocen para la multiplicación y la división; mientras que los abaquistas multiplican con un conjunto de sumas y realizan la división con series de restas, Fibonacci generaliza el empleo de letras en lugar de números desconocidos al buscar la solución de un problema.

Las principales obras de Fibonacci son *La geometría práctica* (1220/1221); *Flos* (1225), una colección de soluciones a problemas planteados en la presencia de Federico II, y el libro *Quadratorum* (1225). Libro de teoría de números concernientes con la solución de ecuaciones simultáneas de ecuaciones cuadráticas en dos o más variables. Y por supuesto el Libro del ábaco, que se trata a continuación.

*El libro del ábaco* (1202, 1228), que no se ocupa del ábaco, sino de problemas algebraicos, caracteriza el pensamiento medieval islámico y el cristiano, establece que la aritmética y la geometría están conectadas; idea que parece moderna para su época. La lectura de este libro, según los historiadores, no es gratificante, más bien es árida, pero algunos de los problemas los presenta de manera atractiva como el de los conejos, que por cierto es uno de los que más han inspirado a los matemáticos, como Douglas R. Hofstadter, que encuentra aplicación en recursividad, predictibilidad, aumentación interválica, numeración Gödel:

¿Cuántas parejas de conejos se producirán en un año, comenzando con una pareja única, si cada mes cualquier pareja engendra otra pareja, que se reproduce a su vez desde el segundo mes?

Para resolver este problema, se hacen los siguientes supuestos:

- Que se tiene una nueva pareja de conejos recién nacidos, un macho y una hembra, los cuales a la edad de un mes son capaces de engendrar, y a la edad de dos meses tienen una pareja de conejos una hembra y un macho.
- Que los conejos no mueren y que la hembra siempre produce un nuevo par (macho y hembra) cada mes del segundo mes en adelante.

1. Al final del primer mes la pareja inicial se aparea, pero sigue siendo sólo un par.
2. Al final del segundo mes la hembra produce un nuevo par, ahora hay dos pares de conejos.
3. Al final del tercer mes la primer pareja produce otro par, entonces hay tres pares de conejos.
4. Al final del cuarto mes la pareja original produce otro par, la segunda pareja produce su primer

par, con lo que se tiene cinco pares de conejos.

Este problema origina la famosa

### Sucesión de Fibonacci

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ..., un, .....

Donde  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  para  $n \geq 3$

Aunque el problema de los conejos tiene supuestos que no corresponden a la realidad, la sucesión obtenida ocurre en el mundo real, como se verá a continuación, y tiene propiedades interesantes como que cada par de números de la sucesión son primos relativos, cualquier número natural es la suma de distintos números de Fibonacci, la razón de términos sucesivos se acerca a la razón que define la sección áurea es igual a la razón:

$\Phi = 1.61803398874989484820458683436564$

Y  $\phi = 0.61803398874989484820458683436564$

La división de una porción de línea en dos segmentos tales que la razón de la magnitud del mayor entre la del menor es igual a la razón de la magnitud de la porción completa entre la del segmento mayor, es la sección áurea y el valor de esta razón es que se conoce como la razón áurea. Ésta fue conocida por los pitagóricos pero también está conectada con la sucesión de Fibonacci si se considera el cociente de dos números sucesivos en la serie de Fibonacci, y si se divide cada uno de ellos entre el número anterior se obtiene la serie que conduce a dicha razón:

**Tabla 1**

### Sección Áurea

Su nombre proviene del Renacimiento, cuando los artistas la consideraban como la proporción divina usada en pintura, escultura y arquitectura.

La representación gráfica de estos cocientes se aprecia a continuación

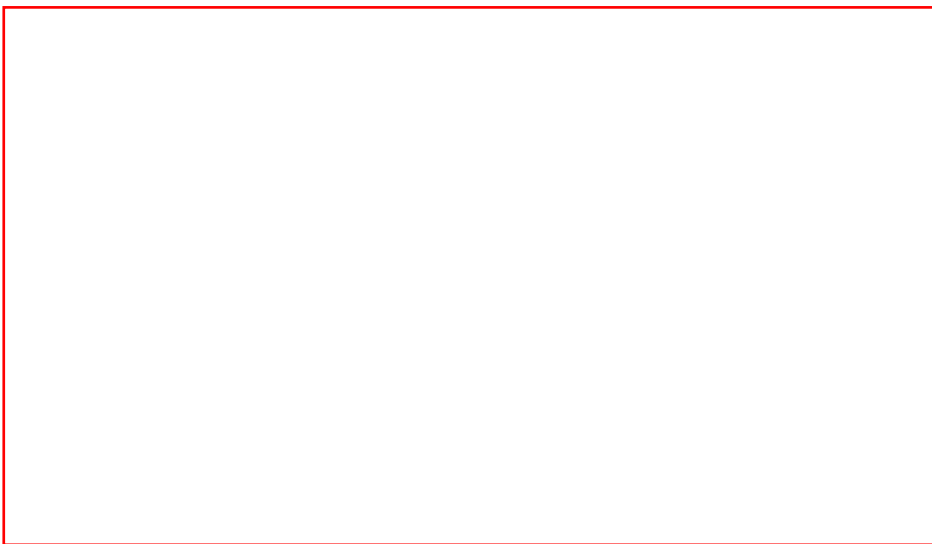
<b>F</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>8</b>	<b>13</b>	<b>21</b>	...
		1/1	1/2	3/2	5/3	8/5	13/8	21/13	...

Phi	1	2	1.5	1.666	1.6	1.625	1.61538	...
-----	---	---	-----	-------	-----	-------	---------	-----

### Gráfica 1

#### Sección Áurea

*Los Rectángulos y espirales de Fibonacci*



Esta sucesión se puede representar con rectángulos, la manera de construirlos es dibujando dos rectángulos que representen el tamaño uno: arriba uno de tamaño dos, a la derecha uno de tamaño tres, abajo uno de tamaño 5... como sigue:

### Gráfica 2

## Rectángulos de Fibonacci



Estos rectángulos propician la construcción de espirales. El siguiente diagrama muestra cómo se construye una espiral a partir de los rectángulos, la espiral de Fibonacci.

Esta curva se encuentra en la naturaleza en la caparazón del caracol de tierra o de mar. Mientras que las espirales rectangulares de Fibonacci incrementan en tamaño con un factor de Phi (1.618) por cada cuarto de giro (i.e. un punto en un cuarto de vuelta adicional alrededor de la curva está a 1.618... más del centro, y esto se aplica a todos

los puntos en la curva). La espiral conocida como de Nautilus da una vuelta completa antes que los puntos se muevan a factor de 1.618... del centro.

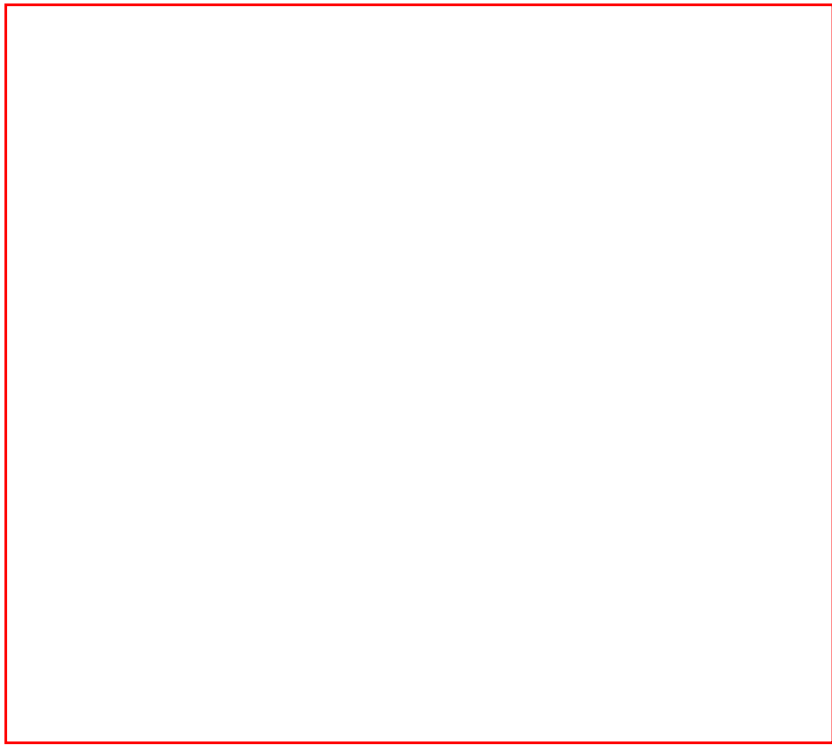
### Gráfica 3

#### Espiral de Fibonacci



*Fibonacci y pétalos en las flores*





También en los pétalos de algunas flores se encuentra el número de Fibonacci.

El ranúnculo tiene 5 pétalos; los lirios e iris tienen 3 pétalos; algunos delfinios tienen 8; la caléndula tiene 13 pétalos; algunos ásteres tienen 21 mientras que las margaritas pueden encontrarse con 34, 55 o hasta 89 pétalos, todos números de Fibonacci.

Las espirales se encuentran en algunas flores, algunos vegetales y frutos.

*Números de Fibonacci y la ramificación de las plantas*



La ramificación de algunas plantas tiene un patrón que corresponde a los números de Fibonacci en los puntos de crecimiento.

El patrón de crecimiento que muestra la figura supone que se necesitan dos meses para que la planta empiece a crecer y sea suficientemente fuerte para ramificar, y que se ramifica cada mes (mismos supuestos que el problema de los conejos).

La planta tiene un patrón de crecimiento muy parecido al que se muestra en la ilustración; es la cebadilla (*Achillea ptarmica*).



Además de la obra de los matemáticos citados, la atmósfera intelectual existente contribuyó al renacimiento científico en la que la cultura medieval occidental alcanza su apogeo. En los siglos siguientes esta atmósfera se va modificando, el espíritu medieval, bajo el signo del humanismo, se convierte en el espíritu moderno, que se caracteriza por la aceleración del progreso científico, que aún persiste y con más ímpetu.

La Europa de la Baja Edad Media se vio alterada por una serie de influencias revolucionarias que transformaron la civilización medieval en la civilización moderna, las traducciones de las obras griegas fueron las que revitalizaron intelectualmente a Europa. Le enseñaron que la naturaleza obedece un plan matemático armonioso, estético; la naturaleza no sólo es racional y ordenada sino que está regida por leyes inexorables e inmutables, lo que impulsó a los científicos europeos a estudiar la naturaleza (subrayando su liga permanente con la realidad), hecho que hizo resurgir las matemáticas y la ciencia.

A continuación se presenta un cuadro que resume las contribuciones de los matemáticos más destacados durante esa época. aunque las condiciones eran poco favorables para el fortalecimiento de las matemáticas y al principio de esta era la sofocaron, mientras haya fenómenos naturales que requieran explicación y problemas de la humanidad que exijan solución, el avance de la matemática persistirá. Esta tabla está diseñada para abarcar las contribuciones de ese periodo que comprende varios siglos (v - xv), escrita de manera comprensible, cuidando alcanzar el objetivo correspondiente expresado en la introducción.

**Tabla 2**

**Contribuciones al desarrollo de la matemática durante la Edad Media**

Nombre	Origen	Contribución	Fecha
--------	--------	--------------	-------

Aryabhata	Hindú	Funciones circulares Funciones aritméticas Análisis indeterminado	Siglo V
Proclo	Griego	Comentarios sobre Ptolomeo y Euclides	410 - 485
Eutocio de Ascalón	Griego	Comentarios sobre Apolonio y Arquímedes, procedimientos para los cálculos numéricos	480
Anthemius de Tralles	Griego	Libro: "Enseñanzas Maravillosas"	-534
Brahmagupta	Hindú	"The Opening of the Universe" usó métodos algebraicos en astronomía	598 - 660
Antifón	Griego	Escribió sobre la cuadratura del círculo	480 -
Brahmagupta	Hindú	Cuadrilátero inscriptible	Siglo VII
Contribuciones de India			
Cero, números positivos y negativos, sistema posicional base 10, simbolismo algebraico.			
Nombre	Origen	Contribución	Fecha
Al-Khuwarizmi	Árabe	"Álgebra", "Algoritmos" difundió el uso de numerales hindúes	780 - 850
Thabit	Árabe	Números amigos	Siglo IX
Abu-Kamil	Árabe	Algebriza geometría "Tratado sobre el pentágono y el decágono"	850 - 930
Abul-Al-Wafa		"Almagesto" explica uso de las tangentes para cálculos, y demás funciones trigonométricas	940 - 998

Al-Mahani	Árabe	Algebriza Arquímedes	Siglo IX
Albategi (Abu- Abdullah Mamad Ibn-Jabir Al Battani)	Árabe	Cálculo preciso de la duración del año	850 - 929
Al-Haytan	Árabe	Geometría óptica	Siglo X
Al-Birinicon	Árabe	Algebriza Polígonos regulares	Siglo X

FUENTE: Tabla diseñada por las autoras a partir de los datos encontrados en las obras ya citadas.

## Conclusiones

Las características del medioevo fueron el olvido de las incógnitas relacionadas con los fenómenos naturales, pues su causalidad se situaba en las manos del Ser Supremo, también destacaron la inseguridad, la ignorancia, la superstición, el miedo y, sobre todo, la intolerancia. Las disciplinas que se cultivaron fueron fundamentalmente la retórica, la jurisprudencia y la teología. Las ciencias clásicas se consideraron brujería o magia negra. Los castigos corporales se supusieron útiles para salvar a los culpables de la condenación eterna, por lo que apareció la Santa Inquisición, que se mantuvo en funciones desde 1231 hasta 1834. Sin embargo, se hicieron progresos que sirvieron de base para los trabajos realizados en la siguiente etapa de la humanidad; los descubrimientos geográficos, el mercantilismo y el rencuentro con el humanismo griego que dieron lugar al Renacimiento, en particular se gestaron dos figuras básicas que han llegado hasta nuestros días, las universidades y el oficio del profesor o intelectual urbano.

El ambiente del medioevo era contrario al desarrollo de las matemáticas, sin embargo, a pesar de todos los obstáculos no sucumbió, esperó las condiciones propicias para resurgir tomando nuevo ímpetu, pero se observa que la postura, las creencias, los intereses de la gente en el poder es definitiva para impulsar o sofocar el desarrollo de una rama del saber.

Realmente, la base del resurgimiento de las matemáticas no se encontró en los conocimientos generados durante el medioevo histórico, sino más bien en retomar y difundir los conocimientos clásicos de los griegos acompañados por un cambio de actitud, la liberación del yugo ejercido por la Iglesia, el deseo de conocer los secretos de la naturaleza "la naturaleza fue creación de Dios y los caminos de Dios pueden ser entendidos", la libre expresión y difusión de los descubrimientos realizados.

El conocimiento matemático ha seguido siempre el mismo camino, parte de un problema por resolver o una pregunta por contestar, echa mano de los conocimientos anteriores, construye sobre ellos. Allí encuentra los instrumentos para resolver su problema, e incluso sigue creciendo, con lo que diseña instrumentos que de momento parecen difíciles de aterrizar, aplicar a la realidad, pero que en adelante serán utilizados para resolver otras cuestiones y a partir de allí continuar la evolución.

El clima parece propicio para continuar creciendo, pero lo que ahora nos puede detener es, como entonces, la ambición sin freno, la sed desmedida de poder, de acaparamiento, la guerra injusta, la desigualdad económica, el hambre. Tal vez estemos en el umbral de una nueva edad media pues, a pesar del gran apoyo que representa el uso de la computadora, las diferencias sociales y culturales se han profundizado y esto, históricamente, ha desencadenado la guerra y una nula preocupación por la humanidad en todos sus aspectos, lo que convertiría en vigentes las palabras de Engels: "También la investigación de la naturaleza se realizaba entonces en un ambiente de revolución general, siendo en sí misma enteramente revolucionaria: en efecto, tenía todavía que conquistar para sí el derecho a la existencia."

Sitios de internet consultados

<http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fibnat.html#refs>

<http://www.fourstonesexpressions.com/cgi-bin/photoViewer.pl?view=PF162>

<http://www.lib.virginia.edu/science/parshall/algebra.html>

<http://cuhwww.upr.clu.edu/mate/museo/mujeres/hipatia.htm>

<http://www.jornada.unam.mx/1999/sep99/990913/cien-sabb.html>

[http://www.jornada.unam.mx/1999/sep99/990913/cien/normal\\_sabb.html](http://www.jornada.unam.mx/1999/sep99/990913/cien/normal_sabb.html) Edad Media con Cibernética

<http://www.roma.unisa.edu.au/07305/medmm.htm>

## Índice de ilustraciones

Hipatia, p. 329.

Manuscrito del Almagesto, versión árabe del tratado matemático y astronómico de Ptolomeo, p. 331.

La aritmética instruyendo al algorista y al abacista, p. 332.

Leonardo Fibonacci, p. 336.

Problema de los conejos, p. 338.

*Echinacea purpurea*, p. 342.

Flor de Fibonacci, donde se observa las espirales, *p.* 342.

Desarrollo de una planta de Fibonacci, *p.* 343.