



# **Matemáticas y ciencias sociales**

---

---



# La formación de los precios y la reproducción

---

---

*Salvador Ferrer Ramírez\**

ANTECEDENTES

*Excedente y reproducción: los fisiócratas*

La obra de F. Quesnay y sus discípulos marca el inicio de la economía como disciplina. Mediante el proceso de abstracción, fueron los primeros en darse cuenta de la existencia de leyes generales que rigen el comportamiento de los fenómenos económicos. A los fisiócratas corresponde el mérito de haber situado el problema concerniente al origen de la riqueza social en la esfera de la producción material, en lugar de situarlo, como hasta entonces se había hecho, en la esfera de la circulación. Con ello sentaron las bases del análisis de la producción capitalista en su conjunto.<sup>1</sup>

Los fisiócratas dieron inicio al análisis del capital fijo y del capital circulante mediante su doctrina de los anticipos iniciales y anuales, y fueron los primeros en intentar analizar las leyes de la reproducción y de la distribución del producto social.

Según F. Quesnay<sup>2</sup> —principal representante de los fisiócratas—, la socie-

\* Universidad Autónoma Metropolitana.

<sup>1</sup> D. Rosenberg, *Comentarios a los tres tomos de El capital*/México Ediciones Quinto Sol, 1985, p. 21.

<sup>2</sup> F. Quesnay, *Respuesta a la memoria del Sr. H sobre ventajas de la industria y el comercio y sobre la fecundidad de la clase considerada estéril*, en C. Napoleoni (trad.), *Fisiocracia, Smith, Ricardo, Marx*, España, OikosTau, 1974, p. 116.

dad se divide en tres clases sociales: la primera, la productiva, constituida por arrendatarios y trabajadores agrícolas (se le llama productiva porque, según aquéllos, su trabajo crea el excedente: la renta). La segunda, la clase que se apropia del excedente, comprende a los propietarios de la tierra y sus dependientes. La tercera es la clase artesano-industrial o estéril, así llamada porque su participación no agrega ningún valor en el proceso productivo. El *tableau économique*<sup>3</sup> es un esquema creado por los fisiócratas que se propone visualizar cómo circula la riqueza entre las tres clases y cómo se crean las condiciones para la reproducción del producto anual de un país. En él se describe una economía cerrada y estacionaria; esto es, una en la que no existe el comercio exterior y los ahorros son iguales a las necesidades de reemplazo de capital.

Asimismo, se supone que existe propiedad privada de la tierra. Los propietarios reciben una renta de los agricultores que se proporcionan su propio capital y emplean la cantidad de mano de obra asalariada que requieren. El análisis destaca al sector agrícola de la economía, porque según los fisiócratas es el creador del excedente. No se analiza el sector estéril de la economía ni sus empresas individuales y organizaciones financieras.

Entonces, para dar seguimiento a los intercambios que se dan entre las diferentes clases es necesario observar el curso que siguen los adelantos. Los fisiócratas distinguen tres tipos de adelantos: los adelantos raíces, que consisten en los trabajos y los gastos necesarios para preparar el suelo para un cultivo bueno y fuerte; los adelantos primitivos, que corresponden a los gastos de inversión durable, que no se renuevan cada año, y los adelantos anuales, que es necesario reponer cada año para permitir la reproducción (semillas, sustento de trabajadores).

Estos adelantos, indispensables para la producción, deben estar siempre disponibles si se quiere asegurar la reproducción del producto neto; por lo que es conveniente efectuar retenciones sobre los ingresos de la venta de los productos, es decir, descontar la cantidad necesaria de valor para la reproducción de los adelantos. Por lo tanto, la reproducción de la estructura social misma se subordina al buen desarrollo de los intercambios y la producción, de forma tal que el *tableau économique* expresa las condiciones de funcionamiento y de reproducción del conjunto de la sociedad.

Esta idea de reproducción del sistema es la que señala J. Cartelier cuando dice: “El *tableau économique*, lo hemos visto, expresa una situación ideal en la que la reproducción está asegurada. En los términos del esquema de circulación, la reproducción exige que los adelantos anuales de la clase productiva se reconstituyan, de tal suerte que puedan servir para abrir el circuito del periodo siguiente”.<sup>4</sup>

<sup>3</sup> M. Kuczynski y R. L. Meek (comps.), *El Tableau Économique de Quesnay* México, Fondo de Cultura Económica, 1980.

<sup>4</sup> J. Cartelier, *Excedente y reproducción* México, FCE, 1981, p. 95.

Como podrá verse, la idea que plantean los fisiócratas es, efectivamente, una situación ideal en la que queda garantizada la reproducción. No se analiza qué pasa cuando estas condiciones no se presentan. Este aspecto será abordado tanto por R. Torrens como por Carlos Marx.

Este análisis, realizado en la segunda mitad del siglo XVIII, no deja de sorprendernos hoy en día; en él se estudia la sociedad a través de las clases sociales, la forma en que crea y circula el excedente, y todo esto en un proceso de interdependencia general de los sectores. El trabajo de los fisiócratas, según J. A. Schumpeter, pasó inadvertido para A. Smith, y señala que quien reconoce la importancia de su contribución es Carlos Marx: “es casi seguro que Smith no ha comprendido plenamente la importancia del *tableau économique*, y no cabe duda de que evitaba con ansia adherirse a nada que pareciera un tanto original. El primer economista de primera fila que ha reconocido a Quesnay la importancia debida ha sido Karl Marx”.<sup>5</sup> No es casual que Marx se apoye en el trabajo de los fisiócratas para desarrollar su investigación acerca de los esquemas de reproducción.

Finalmente, en el interior de esta construcción de los fisiócratas existe un problema no resuelto: la naturaleza y la distribución del excedente. En el sistema fisiocrático se establece que éste se debe exclusivamente a la actividad del sector agrícola. Esta afirmación es un postulado y no un resultado de los planteamientos económicos de los fisiócratas. Aquí nos encontramos ante una determinación circular de la naturaleza del excedente: es renta de la tierra de una cierta magnitud porque de ella se han apropiado los terratenientes. La naturaleza del excedente no está dada con anterioridad a su distribución sino por la modalidad de esta última. Este problema es inherente a la economía política y aparecerá posteriormente en los trabajos de David Ricardo y Carlos Marx.

#### *El concepto de demanda efectiva: Ricardo Torrens*

En la obra de Ricardo Torrens<sup>6</sup> se desarrolla una concepción original de la demanda efectiva a partir de la cual el autor deduce las condiciones de la sobreproducción general. Antes de discutir cómo surge la sobreproducción, se hará una exposición de la concepción de la sociedad capitalista de Torrens.

La sociedad capitalista es la forma social donde la división del trabajo se desarrolla y la propiedad privada sobre los medios de producción se generaliza. El intercambio también se ha generalizado porque es indispensable para la reproducción de las diferentes clases (capitalistas y asalariados). La acumula-

<sup>5</sup> J. A. Schumpeter, *Historia del análisis económico*, Madrid, Ariel, 1982, p. 276.

<sup>6</sup> R. Torrens, *An Essay on the Production of Wealth* Nueva York, A. M. Kelley, 1956.

ción del capital es necesaria para la reproducción de la sociedad: “la acumulación del capital es la razón de ser de la clase de los capitalistas”.<sup>7</sup> Los capitalistas participan en el intercambio para acumular gracias a la adquisición de cantidades cada vez más grandes de los ingredientes de capital.

Torrens describe la representación del capitalismo como sistema productivo de mercancías fundamentales. Por la división del trabajo, la economía se constituye de un conjunto de ramas que producen mercancías destinadas a ser utilizadas como medios de producción por otras industrias. Esta interdependencia crea el mercado: cada rama debe recurrir a las otras para adquirir y vender los ingredientes de capital. La originalidad de este planteamiento consiste en abordar el mercado en el seno mismo de la producción.

La oferta es la cantidad de mercancías llevadas al mercado y susceptibles de ser vendidas a las tasas de ganancia acostumbradas. La demanda proviene de las diversas ramas; los capitalistas utilizan las ganancias para adquirir elementos del capital, los cuales son mercancías destinadas únicamente a la producción (Torrens excluye la demanda final). En particular, los bienes de lujo no están en el origen de la demanda efectiva: su oferta no induce al crecimiento de la demanda puesto que no se los utiliza como medios de producción.

El salario es concebido como la cantidad de bienes de subsistencia para el mantenimiento del trabajador y su familia. En condiciones históricas y sociales definidas, constituye un dato para la economía. La oferta de trabajo constituye una demanda efectiva cuando el trabajo y el capital permiten la producción de mercancías sobre la base de un excedente realizado con las tasas de ganancia acostumbradas.

El sistema capitalista se caracteriza por una tendencia a la acumulación de capital. El crecimiento de la producción es importante para él, ya que la productividad del trabajo mejora conjuntamente con el empleo de cantidades acrecentadas de capital y, de hecho, la economía capitalista tiende a la producción ilimitada de mercancías. La división del trabajo y la necesidad de intercambiar mercancías fundamentales implican que todo crecimiento de la producción engendra el de la demanda.

El crecimiento de una rama exige el de las demás, puesto que son las otras industrias las que proveen las salidas y entradas necesarias. La demanda es la expresión de esta interdependencia. Sin embargo, cada capitalista no conoce más que las condiciones de producción de su propia mercancía y no las que prevalecen en las otras industrias: la demanda efectiva no puede ser anticipada. Aunque el mercado permite la producción ilimitada de mercancías, la demanda es incierta y la venta con ganancias, limitada. Es la división del trabajo la que está en el origen de la complejidad del sistema. Todo cambio en el sistema

<sup>7</sup> *Ibid.*, p. 386.

productivo es un elemento suplementario de perturbación que puede desencadenar la crisis de la economía en su conjunto.

El origen de la sobreproducción se encuentra en los capitalistas, que incrementan la producción sobre la base de una anticipación errónea de la demanda y producen en malas proporciones.

Así, la cuestión de las proporciones se ubica en el corazón del análisis de Torrens: un resultado fundamental es que la producción debe respetar proporciones particulares. Las proporciones en las cuales las mercancías son producidas determinan la relación que se establece entre la oferta y la demanda efectiva, y condicionan entonces el ajuste o desajuste en los mercados.

Según Torrens, la oferta no presenta ningún problema para analizar el funcionamiento del sistema; por el contrario, el concepto de demanda efectiva es fundamental para estudiar las condiciones en las cuales se presentan las crisis de sobreproducción. Para Torrens, la demanda efectiva consiste en la capacidad y el deseo de los consumidores de entregar, en cambio directo o indirecto de mercancías, cierta porción mayor de todos los ingredientes del capital que cuesta su producción. Según el autor, la crisis de sobreproducción se presenta cuando la oferta difiere de la demanda efectiva. Una conclusión que se puede obtener de los planteamientos de Torrens es que la crisis del sistema tiene un carácter estructural.

Por otra parte, siguiendo las indicaciones de Torrens se puede construir un modelo en el que los precios dependen de las condiciones de producción y de circulación. De esta forma, aun en el caso de tecnología lineal y constante, los precios se modifican cuando cambian las proporciones entre las ramas. En este contexto, siguiendo a Torrens, Carlo Benetti construye un modelo que integra la variación de los precios y la teoría de la reproducción. Un problema que se presenta es la incorporación del mercado. Cuando se analice más adelante el modelo de Benetti, se profundizará en este punto.

### *La apropiación del excedente: los esquemas de reproducción de Marx*

Carlos Marx considera a los fisiócratas los padres de la economía moderna al centrar sus investigaciones en la producción. Sin embargo, dada su situación histórica, tuvieron algunas limitaciones en sus planteamientos económicos. Una crítica que hace Marx a los fisiócratas es que las “leyes” económicas que proponen están concebidas como leyes abstractas y en realidad corresponden a una determinada etapa histórica.

Para Marx, el sistema fisiocrático se presenta como la nueva sociedad capitalista dentro de los marcos de la sociedad feudal, esto es, una etapa de transición del feudalismo al capitalismo, pero Marx explica por qué en los fisiócratas

aparece la formación del excedente en la agricultura: “entre todas las ramas de *producción*, es la agricultura, la producción primigenia, la que revela de un modo más tangible, más irrefutable, la diferencia entre el *valor* de la capacidad de trabajo y su *valorización*, es decir, la plusvalía que la compra de la capacidad de trabajo rinde a quien la emplea”.<sup>8</sup>

Así, lo que hace Marx es demostrar que el origen del excedente en el capitalismo está en la explotación de la fuerza de trabajo, es decir, en la apropiación de trabajo no retribuido por parte de los capitalistas.

Otro aspecto que señala Marx es el planteamiento de los fisiócratas sobre la reproducción del sistema. Como mencionamos anteriormente, el sistema fisiocrático es un sistema donde todo funciona en lo que se refiere a la reproducción. Es decir, se garantizan los adelantos y los intercambios para que el sistema se pueda reproducir para el siguiente periodo. Esta situación es muy particular. ¿Qué pasa cuando no se presenta? Aquí se abre una discusión sobre la posibilidad de la crisis en el sistema capitalista. Para abordar esta discusión, se hará un breve resumen del planteamiento de la reproducción simple y de la ampliada que hace Marx en la sección tercera del segundo tomo de *El capital*.

En 1885, a dos años de la muerte de Marx, Engels publica el Libro II de *El capital*, en el que se expone “el proceso de circulación del capital”. En dicho libro se desarrolla la exposición del proceso cíclico del capital. Las hipótesis que Marx considera son: *a)* las mercancías se venden por su valor; *b)* el valor no cambia durante la rotación del capital; *c)* la composición orgánica permanece invariable; *d)* sólo existen el capital industrial y la clase obrera; *e)* los ingresos son exclusivamente la plusvalía y el salario, y *f)* el modelo es cerrado.

En la sección tercera se exponen las condiciones técnicas y sociales del movimiento de reproducción del capital social global, esto es, del conglomerado de todos los capitales individuales en su interrelación y dependencia mutua. Se introduce aquí, como parte central del análisis, la fundamental división entre los dos sectores de la producción social: el sector primero, de los medios de producción, destinado a la realización del consumo productivo, y el sector segundo, de objetos de consumo, destinado al consumo individual de la clase capitalista y la clase obrera. Al exponer la relación entre ambos sectores, Marx establece las condiciones de la reproducción simple y la ampliada, señalando las proporciones en que los distintos componentes del valor del producto deben ser convertidos en componentes del nuevo capital. En el caso de la reproducción simple (la plusvalía se destina al consumo personal de los capitalistas), la condición de equilibrio es  $I_{lc} = I(v+p)$ , que se deduce de la igualdad entre la demanda total de los medios de producción y la producción total del sector:  $I_c + I_{lc} = I_c + I_v + I_p$ , y del supuesto de que la producción del sector II es

<sup>8</sup> C. Marx, F. Engels, *Teorías sobre la plusvalía*, México, FCE, 1987, p. 39.

consumida totalmente por los trabajadores y capitalistas de ambos sectores:  
 $Iv + Ip + Iiv + Iip = Iic + Iiv + Iip$ .

Pasando a la reproducción ampliada, se da por hecho que los trabajadores consumen todos sus ingresos, mientras que los capitalistas invierten una parte de los suyos en incrementar el proceso de la producción.

Así, la reproducción capitalista ampliada presupone la acumulación del capital, y como el capital de cada uno de los sectores consta de dos partes —el capital constante y el variable—, la parte acumulada de la plusvalía se desdobra también en esas dos partes: una se destina a comprar medios adicionales de producción y la otra a contratar fuerza de trabajo complementaria. De ahí se desprende que el producto anual del sector I debe contener algún excedente sobre la cantidad de medios de producción necesarios para la reproducción simple. En otras palabras, la suma del capital variable y de la plusvalía del sector I tiene que ser mayor que el capital constante del sector II:  $Iv + Ip > Iic$ . Esto tiene que ser así pues debe disponerse de un sobrante de medios de producción para iniciar la *nueva producción*. Tal es la condición fundamental de la reproducción capitalista ampliada.

Por otra parte, Marx, al analizar la reproducción a través de dos ejemplos, nos muestra un hipotético sistema capitalista que crece armónicamente: los capitalistas realizarían la plusvalía íntegramente y ambos sectores, al mantener sus tasas de acumulación idénticas desde el segundo ciclo, crecerían a la misma tasa. Así, al plantear en el terreno lógico las condiciones de reproducción más favorables para el capital, nos permite reconocer, en este nivel de abstracción, la posibilidad y la necesidad de la crisis. Esto es, sólo en un caso hipotético el sistema se puede reproducir armónicamente porque las tasas de acumulación de cada sector, en general, son muy inestables y es muy difícil que puedan coincidir, como argumenta A. Valle cuando afirma:

La estabilidad de las tasas de acumulación se presenta como la situación más favorable para la reproducción del capital; sin embargo, tal cosa resulta improbable: no sólo porque cada capitalista, al buscar la máxima ganancia, acumula de manera caótica, sino porque la elevación en la composición orgánica, los incrementos en la fuerza productiva del trabajo y las modificaciones salariales obligan a cambios en la tasa de acumulación.<sup>9</sup>

Los esquemas de reproducción de Marx los definen valores que permanecen constantes durante todo el proceso. De aquí podemos observar que los valores sólo dependen de las condiciones de la producción y son, por tanto, independientes de las proporciones entre los dos sectores. Entonces, un proble-

<sup>9</sup> A. Valle, "Algunas contradicciones en la reproducción del capital", en *El capital: teoría, estructura y método 3*, México, Ediciones de Cultura Popular, 1979, p. 169.

ma que se presenta en los esquemas de reproducción es la ausencia del mercado en la determinación de los valores. Esto lleva a C. Benetti a concluir que el planteamiento de Torrens proporciona mejores condiciones para el análisis de la reproducción capitalista, pues tiene en cuenta tanto las condiciones técnicas como la circulación para la formación de los precios:

La debilidad central tanto del esquema de Marx como del de Sraffa consiste en la falta de integración entre la teoría del valor y la teoría de la reproducción. La característica principal del modelo elaborado a partir de las indicaciones de Torrens es justamente la integración de estas dos teorías, como lo demuestra la determinación de los precios de mercado en cada fase de la evolución dinámica del sistema.<sup>10</sup>

#### AUTORES CONTEMPORÁNEOS

##### *Hukukane Nikaido*

En dos de sus trabajos, Nikaido construye su modelo a partir de dos sectores.<sup>11</sup> El sector I produce bienes de capital y el sector II bienes de consumo. No hay producción conjunta y la tecnología considera rendimientos constantes a escala; además sólo se utilizan capital y trabajo para producir cada uno de los bienes.

En primer lugar, se expondrá el modelo y posteriormente se harán algunos comentarios respecto de los alcances y limitaciones en cuanto a la formación de precios y la reproducción.

#### Elementos exógenos

a) Dos sectores:

sector I: bienes de capital

sector II: bienes de consumo

b) No hay producción conjunta; es decir, un capitalista sólo se dedica a producir bienes de capital o bienes de consumo, pero no ambos:

$$(a_{11}, a_{12}) > 0 \text{ y } a_{11} < 1$$

<sup>10</sup> Carlo Benetti, "El problema de la crisis en la tradición clásica y marxista", *Economía, Teoría y Práctica*, nueva época, núm. 1, UAM, 1989, p. 67.

<sup>11</sup> Hukukane Nikaido, "Marx on Competition", en *Prices, Cycles and Growth* Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology, 1996, pp. 231-257, y "Dynamics Growth and Capital Mobility in Marx's Scheme of Reproduction", *op. cit* pp. 259-281.

- c) Vector de cantidades de trabajo:  $1 = (1_1, 1_2) > 0$
- d) Rendimientos constantes a escala.
- e) Sólo se utilizan capital y trabajo para producir cada uno de los bienes:

$$(a_{11}, 1_1) \quad \text{una unidad de bien 1}$$

$$(a_{12}, 1_2) \quad \text{una unidad de bien 2}$$

- f) Producto neto de los sectores 1 y 2, respectivamente:  $(c_1, c_2) = c^t$
- g)  $a_{20}$ : cantidad del bien de consumo que realizan los trabajadores para producir una unidad de trabajo, la cual es suficientemente pequeña como para que exista explotación.

2) Elementos endógenos

- a)  $a_{2j} = a_{20} 1_j$ , capital variable necesario para producir una unidad del bien del tipo j.

b) Matriz de 2x2:  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$  de insumos unitarios. La primera columna

nos dice la cantidad de bien de capital constante y capital variable que se requiere para producir una unidad del bien uno; se interpreta de manera análoga la segunda columna. La matriz A cumple las condiciones de Hawkins-Simon con valor propio de Frobenius menor que 1.

c) El vector de valores  $(\lambda_1, \lambda_2)$ , donde  $\lambda_2 = a_{12} \lambda_1 + 1_2$ .

d) Capital constante, capital variable y plusvalía de cada bien:

$$a_{1j} \lambda_1, a_{2j} \lambda_2, (1 - \lambda_2) 1_j$$

e) Composición orgánica de capital  $\lambda_j$  para cada sector  $\lambda_j = \frac{a_{1j} \lambda_1}{a_{2j} \lambda_2}$

f) Son válidas las siguientes proposiciones; si  $\det A > 0$ , entonces  $\lambda_1 > \lambda_2$ , si  $\det A < 0$ , entonces  $\lambda_1 < \lambda_2$ .

g) Las tasas de beneficio,  $r_j$ , y el vector de precios  $P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$  (donde  $p_j$  es el precio unitario del bien j) están relacionadas de la siguiente manera:

$$(a_{1j} p_1 + a_{2j} p_2) + r_j (a_{1j} p_1 + a_{2j} p_2) = p_j$$

donde se tiene que:

$$r_j = \frac{p_j}{a_{1j}p_1 + a_{2j}p_2} - 1 \quad ^{12}$$

Bajo la hipótesis de continuidad de  $r_j$  en los precios relativos  $\frac{p_1}{p_2}$ , se tiene

que existen  $r = r_1 = r_2$  y un único  $\frac{p_1^*}{p_2^*}$  tal que  $p_j^* = (1 + r)(a_{1j}p_1^* + a_{2j}p_2^*)$

h) Vector de producción bruta:

$$x_1$$

$$x_2$$

La producción neta es igual al consumo:

$$\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ 1_{21} & a_{22} \end{matrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} + \begin{matrix} c_1 \\ c_2 \end{matrix}$$

### 3) Situación de equilibrio

Dadas las características de la matriz A, se puede garantizar la existencia de un

sistema de precios  $P = \begin{matrix} p_1 \\ p_2 \end{matrix}$  que establece la igualdad de las tasas de ganancia,

$r_j$ , es decir, la igualación de las tasas de ganancia es donde coinciden los precios de mercado y los precios de producción. Establecida una demanda neta positiva de cada uno de los bienes, siempre es posible encontrar la producción que arroja esta demanda.

<sup>12</sup> La ecuación de precios cumple la siguiente condición  $(a_{1j}p_1 + a_{2j}p_2) + r_j (a_{1j}p_1 + a_{2j}p_2) = p_j$ . Es decir, el precio de una unidad del bien j cubre los costos más un beneficio.

4) ¿Cómo se mueven los capitales?

Esquemáticamente sucede lo siguiente: se considera una situación de reproduc-

ción simple cuando el vector de consumo es  $\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ , donde  $c_1 = 0$ . Se establece

una función de inversión esperada  $f_j(r_1 - r_2)$  que determina el movimiento de capitales hacia la rama  $j$ .  $f_1$  es estrictamente creciente y  $f_2$  es estrictamente decreciente. Ambas se anulan en  $r_1 - r_2 = 0$ . Un movimiento de capitales  $\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix}$  incrementa la demanda de bienes de capital y bienes de consumo; aunado a la

demanda final  $\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ , de donde se tiene lo siguiente:  $\dot{X} - AX = A^* X + \begin{pmatrix} 0 \\ c_2 \end{pmatrix}$ , es

decir, la demanda final es tal que sirve para responder al nuevo movimiento de capitales y cubrir el consumo. ¿Cuál es la dinámica que sigue el vector de producción? Depende del análisis de la última ecuación diferencial. Esta ecuación

tiene un equilibrio:  $\dot{X} = (1 - A)^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ c_2 \end{pmatrix}$ . Este equilibrio es un nodo inestable o un

punto silla dependiendo de si  $\det(A) > 0$  o  $\det(A) < 0$ .

5) El proceso del movimiento del capital

Sea  $q_j = a_{1j}p_1 + a_{2j}p_2$  y sean  $M_j$  y  $x_j$  la cantidad existente de capital en dinero y capital real existente del  $j$ -ésimo sector. Se tiene entonces que  $q_j x_j = M_j$ . (Obsér-

vese que  $\dot{q}_j x_j + q_j \dot{x}_j = \dot{M}_j$ .)

En  $\dot{M}_j = f_j(p_1, p_2)$ , donde  $j = 1, 2$ , se considera la inversión realizada en capital monetario:

$$\dot{M}_1 > 0 > \dot{M}_2 \quad \text{si} \quad \frac{p_1}{p_2} > \frac{p_1^*}{p_2^*}$$

$$\dot{M}_1 < 0 < \dot{M}_2 \quad \text{si} \quad \frac{p_1}{p_2} < \frac{p_1^*}{p_2^*}$$

$$\dot{M}_1 = 0 = \dot{M}_2 \quad \text{si} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1^*}{p_2^*}$$

donde  $\bar{p}$  es la relación de los precios de producción. Se supone que  $M_1 + M_2 = M$ .

Si los niveles efectivos de inversión  $\dot{x}_j$ , donde  $j = 1, 2$ , están determinados de un modo u otro como funciones de los niveles corrientes del *stock* de capital  $x_j$  y los precios  $p_i$  ( $i = 1, 2$ ), entonces las tasas de cambio de los precios  $\dot{p}_i$  ( $i = 1, 2$ ) están automáticamente determinadas por la manera de invertir el capital monetario:  $\dot{M}_j = f_j(p_1, p_2)$ , de donde se llega a:

$$q_j \dot{x}_j + x_j \dot{q}_j = \dot{M}_j = f_j \text{ y } \dot{q}_j = a_{1j} \dot{p}_1 + a_{2j} \dot{p}_2 \text{ para } j = 1, 2.$$

El proceso dinámico del movimiento de capital tanto monetario como real entre los sectores se formula como un sistema de ecuaciones diferenciales con ocho incógnitas,  $x_j$ ,  $q_j$  ( $j = 1, 2$ ),  $p_i$  ( $i = 1, 2$ ), suponiendo que las funciones relevantes  $f_j$  y aquellas que determinan el nivel real de inversión  $\dot{x}_j$  son continuas.

En resumen, un incremento en la inversión  $M$  trae como consecuencia movimientos en la producción  $X$  y cambios en la cantidad de que se dispone para la compra de bienes de capital y de consumo, es decir, cambios en  $q$ , pero esto a su vez conduce a cambios en los precios, con lo cual se modifican las tasas de ganancia: la tasa de ganancia en cada rama es conocida; así, si la tasa de ganancia de una rama es mayor que la tasa de ganancia uniforme, entonces los capitales fluyen hacia esta rama. También se supone que un incremento en la inversión se traduce en un incremento en la producción.

Respecto de la convergencia, Nikaido demuestra que los precios de mercado gravitarán alrededor de los precios de producción, siempre y cuando la composición orgánica de capital del sector I sea menor que la del sector II. En caso contrario, el proceso es inestable. Este resultado se reduce al análisis de la matriz de coeficientes técnicos, con lo cual el proceso de convergencia depende de las condiciones técnicas de producción. Con base en este argumento, Nikaido señala que la proposición de igualación de la tasa de ganancia no es válida en general, sino que está condicionada por la composición orgánica del capital de los sectores.

Respecto de la reproducción, Nikaido señala que depende de la diferencia de las tasas de ganancia de los diferentes sectores: los capitalistas invertirán en aquel sector donde la ganancia sea mayor.

Como señalamos anteriormente, la convergencia de los precios de mercado con los de producción sólo depende de las condiciones técnicas de la producción; en este resultado no interviene para nada el mercado. Esto no concuerda

con una exigencia, demostrada por Marx, que establece que los valores dependen tanto de la producción como de la circulación, es decir, de la técnica de producción y de la situación del mercado, la cual se expresa en un esquema bisectorial por la proporción entre los dos sectores.

*Carlo Benetti*

Para Benetti,<sup>13</sup> el concepto de demanda efectiva empleado por R. Torrens es fundamental para construir una teoría dinámica de la reproducción, porque a través de este concepto se puede explicar el intercambio fundamental en la sociedad capitalista, esto es, el intercambio entre producto (mercancías) y capital.

Funcionamiento del modelo

El periodo unitario es la semana y comprende la producción y el intercambio. (La producción es de lunes a sábado y los productos son llevados al mercado el domingo.)

La descripción de la actividad económica del periodo es la siguiente. Sea  $q_i$  la cantidad producida de la mercancía  $i$ :

$$a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{in} \quad q_i \quad (1 + g_i)(a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{in})$$

donde  $a_{ij}$  representa el proceso de producción y  $g_i$  el proceso de intercambio por el cual son reconstituidas a una escala generalmente diferente las condiciones iniciales de producción.

Las cantidades que están a la derecha representan la demanda efectiva de  $q_i$  en el periodo considerado. Las  $g_i$  son tasas puramente físicas que miden la intensidad de la demanda efectiva para la producción de  $q_i$ . Si el procedimiento anterior lo hacemos para cada mercancía, obtenemos el sistema (g):

$$\begin{aligned} q_1 &= a_{11} q_1(1 + g_1) + a_{12} q_2(1 + g_2) + \dots + a_{1n} q_n(1 + g_n). \\ q_2 &= a_{21} q_1(1 + g_1) + a_{22} q_2(1 + g_2) + \dots + a_{2n} q_n(1 + g_n). \\ &\vdots \\ q_n &= a_{n1} q_1(1 + g_1) + a_{n2} q_2(1 + g_2) + \dots + a_{nn} q_n(1 + g_n). \end{aligned}$$

<sup>13</sup> Carlo Benetti, "La teoría de la demanda efectiva en Torrens", en *Análisis económico*, México, UAM-Azacapotzalco, 1985, pp. 21-60.

En forma matricial:

$$q = A(I + G)q$$

donde  $(I + G)$  es una matriz diagonal cuyos componentes son  $(1 + g_i)$ . La interpretación del sistema  $(g)$  es que expresa la configuración de las cantidades al cerrarse el mercado del periodo  $(t)$ .

Aquí la pregunta es: ¿en qué condiciones este sistema tiene una solución positiva? C. Benetti da como respuesta un teorema de existencia, pero no hay ninguna razón para que en el caso general la solución exista. El caso que resuelve Benetti es un caso de dos sectores que se analizará más adelante.

Después de que se obtienen las  $g_i$ , la condición de igualdad entre ingresos y compras en cada rama permite obtener los precios en  $(t)$ .

El sistema de precios:

$$\begin{aligned} p_1 &= (1 + g_1)(a_{11}p_1 + a_{21}p_2 + \dots + a_{n1}p_n) \\ p_2 &= (1 + g_2)(a_{12}p_1 + a_{22}p_2 + \dots + a_{n2}p_n) \end{aligned}$$

$$p_n = (1 + g_n)(a_{1n}p_1 + a_{2n}p_2 + \dots + a_{nn}p_n)$$

Evaluando a los mismos precios tanto los costos de producción como los ingresos, tendríamos que

$$g_i = r_i$$

Existe una estructura particular de la producción, un vector  $(q_1^*, q_2^*, \dots, q_n^*)$  tal que  $g_i = g^*$  para toda  $i$ . Se trata del sistema homotético siguiente, del cual se obtiene  $g^*$  y el vector  $q^*$ .

Sistema  $q^*$ :

$$q_1^* = (1 + g^*)(a_{11}q_1^* + a_{12}q_2^* + \dots + a_{1n}q_n^*)$$

$$q_2^* = (1 + g^*)(a_{21}q_1^* + a_{22}q_2^* + \dots + a_{2n}q_n^*)$$

$$q_n^* = (1 + g^*)(a_{n1}q_1^* + a_{n2}q_2^* + \dots + a_{nn}q_n^*)$$

La condición de igualdad entre los costos, los ingresos y las compras de cada rama se escribe, para cada  $i$ :

$$(1 + r^*)(a_{11}p_1^* + a_{21}p_2^* + \dots + a_{n1}p_n^*) = p_1^* = (1 + q^*)(a_{11}p_1^* + a_{21}p_2^* + \dots + a_{n1}p_n^*)$$

De donde se obtiene  $r^* = g^*$ , independientemente del modo de cálculo de la tasa de ganancia y del vector de precios,  $p^*$ .

Los dos sistemas anteriores son la formalización de la definición que da Torrens de la igualdad entre la oferta y la demanda efectiva. La producción es *debidamente proporcionada* cuando es homotética respecto de los medios de producción, esto es, cuando el producto tiene la misma estructura que los medios de producción. Cuando esta condición se satisface, la oferta es igual a la demanda efectiva.

Para Torrens, la sobreproducción de mercancías es inevitable cuando la condición de igualdad entre la oferta y la demanda efectivas no se satisface. Precisemos esta idea: una mercancía está en estado de sobreproducción cuando el nivel relativo de su producción es tal que la tasa  $g_i$  cae a  $a-1$ , lo que significa que no existe precio positivo al cual toda la producción de  $i$  pueda venderse. En este caso, la reproducción de la mercancía  $i$  para el periodo siguiente no es posible. Ello entraña, según Torrens, una carencia de demanda efectiva de las mercancías que utilizan  $i$  como medio de producción. Se trata, en realidad, de una imposibilidad técnica de intercambio. Por ello, la imposibilidad técnica de intercambio se transmite a otras mercancías y de periodo en periodo al conjunto de la economía. La sobreproducción se generaliza.

El sistema (g) reducido a dos mercancías:

$$q_1 = a_{11} q_1(1 + g_1) + a_{12} q_2 (1 + g_2)$$

$$q_2 = a_{21} q_1(1 + g_1) + a_{22} q_2 (1 + g_2)$$

Si  $\frac{q_2}{q_1}$  el sistema que nos queda es:

$$1 = a_{11} q_1(1 + g_1) + a_{12} \frac{q_2}{q_1} (1 + g_2)$$

$$\frac{q_2}{q_1} = a_{21} q_1(1 + g_1) + a_{22} \frac{q_2}{q_1} (1 + g_2)$$

Un aspecto clave en el modelo de Benetti es la determinación de las tasas de crecimiento de cada uno de los sectores de la economía ( $g_i$ ) y los precios que garantizan la reproducción del sistema. El planteamiento de Benetti es que primero se determinan las ( $g_i$ ) y después los precios. El resultado que proporciona Benetti es un resultado de existencia. Esto es, reconoce que las ( $g_i$ ) se determi-

nan en el mercado, pero no dice cómo se obtienen. Este aspecto es importante en el modelo de Benetti, porque a partir de las  $(g_i)$ , se obtienen los precios, además de que se establecen las condiciones para la reproducción del sistema. Sin embargo, no hay ninguna justificación de cómo se llega a encontrar las  $(g_i)$ . Si bien Benetti menciona un teorema de existencia para determinar las  $(g_i)$ , no hay ningún hecho que lo sustente. En nuestra opinión, en el modelo de Benetti no está justificado cómo interviene el mercado en la formación de los precios. Por tanto, el problema de vincular tanto las condiciones técnicas como el mercado para determinar los precios en la reproducción no tiene una respuesta satisfactoria.

### *Etelberto Ortiz*

En primer lugar, se hará una exposición formal del modelo de Ortiz;<sup>14</sup> posteriormente, se señalarán los avances y limitaciones respecto de la reproducción. El modelo analiza el movimiento de capitales en una situación de competencia y funciona de la siguiente manera: se parte de una situación económica de desequilibrio, considerando que existen tasas de ganancia diferentes; esto conduce a un movimiento de la inversión de una rama a otra:  $i(k_i)$  denota el flujo de capitales hacia el sector  $i$ ,  $i(k_i) > 0$  indica que se realizó un flujo de capitales hacia la rama  $i$  (lo contrario se indica con  $<$ ). La producción  $q_{it}$  que se realiza se calcula sobre la base de este crecimiento (decrecimiento) en la inversión, lo cual modifica los precios  $p_i$ ; estos precios conducen a movimientos en las tasas de ganancia,  $r_j$ , y se vuelve a iniciar un movimiento de capitales.

Veamos el funcionamiento del modelo en un caso particular de dos sectores. Si  $r_1 > r_2$  entonces:

$$i(k_1) = \frac{1/a_{11} - 1/a_{12}}{a_{22} - a_{21}} > 0,$$

$$i(k_2) = \frac{-1/a_{21}}{a_{22} - a_{21}} < 0$$

y es conocida la tasa de crecimiento de la producción  $(1 + g_j)$ . Al relacionar la producción con la inversión tenemos:

<sup>14</sup> Etelberto Ortiz Cruz, *Competencia y crisis en la economía mexicana*, México, Siglo XXI, 1994.

$$q_{it} = \prod_{j=1}^n a_{ij} q_{jt-1} (k_1)$$

para  $i = 1, 2, \dots, n$ . En este caso ( $r_1 > r_2$ ),  $q_{1t}$  se incrementa y  $q_{2t}$  disminuye; esto implica una disminución del precio  $p_1$ , donde  $1 + r_1 = \frac{p_1}{a_{11} + a_{12}p_2}$  y un aumento del precio  $p_2$ ,  $1 + r_2 = \frac{p_2}{a_{21} + a_{22}p_2}$ , lo cual a su vez conduce a una disminución de  $r_1$  y un aumento de  $r_2$ .

Ahora bien, en este punto es necesario introducir un problema que es esencial en la interpretación del proceso competitivo  $r'$ , la tasa de ganancia objetivo.

Si los agentes deciden invertir en función de la tasa  $r'$  es porque hay un premio que es la diferencia entre  $r'$  y la tasa de ganancia que están obteniendo  $r_i$ :  $r' - r_i > 0$ , pero el proceso de la competencia hace que esta diferencia sea cada vez más pequeña. ¿Existe alguna razón por la que los agentes debieran continuar reasignando capital a las actividades más redituables, si con ello se genera una disminución de aquella tasa de ganancia  $r'$ , que opera como motor del proceso de acumulación? Hay un punto en el cual, si los costos y riesgos asociados con incursionar en otras actividades son mayores que la diferencia entre la tasa de ganancia realizada y la que presumiblemente se puede alcanzar, deja de ser rentable cambiar de actividad. Formalmente, sea  $c$  el costo de cambiar de actividad para los capitalistas en la rama  $i$ , si  $|r' - r_i| < c$ , entonces el proceso concurrencial deja de tener impulso y la acumulación puede llegar a suspenderse.

Con la introducción del cambio tecnológico en la matriz  $A$ , el modelo se vuelve extremadamente complejo. Se tendría que desarrollar una función de reacción específica para cada coeficiente, lo cual vuelve la matriz de transición inmanejable. En el corto plazo, la concurrencia competitiva genera pequeños impactos que se puede definir una matriz  $B$  cuyos componentes resultan de la matriz  $A$ , donde sus componentes serán  $B = (a_{ij} + \delta_{ij})$  con  $|\delta_{ij}| < \mu$ , para una  $\mu$  suficientemente pequeña. En este caso, la matriz  $B$  tiene las mismas características de estabilidad que la matriz  $A$ , por lo que se denomina sistema robusto.

## CONCLUSIONES

Como se puede observar, en los trabajos expuestos todavía no hay una respuesta satisfactoria a la integración de la teoría de la reproducción y la formación de

los precios dentro del campo clásico y el marxista. La referencia a los fisiócratas es, sobre todo, por ser los primeros en plantear el problema de la circulación y la formación del excedente en la producción, con sus respectivas limitaciones históricas. En el caso de los esquemas de reproducción de Marx, los precios están dados en valores y permanecen fijos durante el proceso de la circulación. En el modelo de Benetti, el mercado aparece como una “caja negra”: no sabemos qué sucede dentro de ella. Lo único que se plantea es que si el mercado funciona bien, podemos obtener las tasas de crecimiento de cada sector y posteriormente, los precios. Pero si esto no es así, no podemos decir nada. En Nikaido, la convergencia de los precios de mercado depende sólo de las condiciones técnicas; el mercado no aparece en este proceso. En cuanto a la reproducción, lo único que plantea es que los capitalistas se orientan hacia el sector con mayor tasa de ganancia. En el modelo de Ortiz se avanza en la incorporación de la inversión y la competencia entre los capitalistas, pero para iniciar “un nuevo ciclo” necesitamos la incorporación del cambio técnico, y esto complica demasiado el modelo. En conclusión, si bien hay algunos avances en la vinculación de la reproducción y la formación de los precios, todavía queda mucho por hacer.